

漫步在 馮諾曼的花園

天才的花朵

作者：戴森 Freeman Dyson 譯者：趙學信

作者簡介：戴森是英國物理學家與數學家，任普林斯頓高等研究院教授凡 41 年，是未取得博士學位卻享有隆崇學術地位的特例。戴森興趣極廣，思想廣闊，超前時代，是典型的文藝復興人。科普著作極豐，文章散見於各雜誌媒體。

數 學基礎

約翰·馮諾曼 (Johnny von Neumann) 身後留下大量著作，這些作品由陶伯 (Abraham Taub) 編纂成六卷的文集 [1]。這套文集是他的花園，裡面收藏著他種下的各式各樣的繁茂植栽，每一株都是從一粒種籽、亦即他腦海裡的一個想法或問題所長成。他發展想法或是解決問題，然後寫下並發表。他寫作速度快，發表也快，所以園中繁花仍鮮麗。今天這場演講，我決定要去他的花園走一趟，看看能發現什麼。很幸運的是，文集裡只有兩篇論文是以匈牙利文寫成。他在三十歲來到美國定居之前，大多是用德文寫作，此後則是用英文。

約翰在 10 到 18 歲時，就讀於布達佩斯著名的路德會高中，那兒的教師優秀，而同學更是傑出。日後成為卓越物理學家的威格納 (Eugene Wigner) 即是他的同學，也是他終身的摯友。約翰的父親深知路德會高中無法滿足他的學識需求，約翰的數學熱忱遠超出學校的教學能力，所以他的父親聘請布達佩斯大學的數學家費克特 (Michael Fekete) 擔任他的家教。約翰花園中的第一朵花是題為〈論



法索利高中 (Fasori Gimnázium) 是馮諾曼的母校，曾是匈牙利的名校，校友名人輩出。(維基百科 VinceB 攝)

某些最小多項式的零根位置) (On the position of zeroes of certain minimum polynomials) [2] 的論文，它是約翰 18 歲時，和費克特合作撰寫發表的。文章的風格乾澀、專業，遵循兩千年前由歐幾里得所奠立的傳統。約翰以數學家身分所寫的東西幾乎都是採用歐幾里得風格，陳述並證明一條又一條定



馮諾曼在家中。(攝影者不明，普林斯頓高等研究院 Shelby White and Leon Levy Archives Collection 提供)

理，沒有多餘的贅言。

雖然這篇處女作的主题應該是由費克特提議的，但行文已看得出約翰的風格。約翰作為數學家的獨特天賦，是把一切數學領域的問題都轉化成邏輯問題。他總能憑直覺看出問題的邏輯本質，然後運用簡單的邏輯規則來解決問題。他的處女作即是這種思考風格的典例。一個應該屬於幾何的定理，用來限制某些單複變函數零根的可能位置，被轉換成一條純粹邏輯的敘述。一切幾何上的複雜細節都消失不見，定理證明變得又短又簡單。整篇論文看不到計算，只有文字定義和邏輯推導。

庭園裡的下一朵花是約翰在 19 歲時發表的首篇個人論文，〈論超限數的引入〉(On the introduction of transfinite numbers) [3]。這篇文章顯示出約翰在學術生涯的起點，正要張開他的數學雙翼離巢遠颺時，他最強烈的興趣在哪裡。在當時及其後五年，他最大的熱忱在於理解並重建數學的邏輯基礎。他登場的時機再幸運不過，因為當時正是數學基礎最為混亂的歷史性時刻。19 世紀時，康托 (Georg Cantor) 發明了奇妙的超限數理論，能夠為龐大階系的各種無窮大賦予明確的定義，從

而大幅拓展了數學的視野。然而到了 20 世紀初，羅素 (Bertrand Russell) 及其他批評者發現康托的理論會導致邏輯矛盾。羅素悖論不只讓人對康托創造的無窮大新世界起疑，同時也讓人懷疑起奠基已久的古典數學概念。當約翰開始和費克特討論，並且閱讀數學文獻時，他立刻察覺到數學正處於危機狀態。既然康托的數學推理會導致邏輯悖謬，人們便不知道如何能將可靠的數學以及虛幻的臆語區分開來。約翰在 19 歲時便下定決心：解決數學危機，讓數學重新歸位到穩固的邏輯基礎，就是他的使命。

約翰這篇論文的第一段只有一句話：「本文的目的在於確切無疑地釐清康托的序數 (ordinal number) 概念。」論文接下來提出序數的新定義，並且證明新定義可以導出與康托的舊定義相同的結果。約翰並未宣稱他已解決康托理論所衍生的危機，而是藉由賦予康托概念更明確的定義，使得危機的輪廓更清晰。輪廓更清晰即表示對問題的理解更好，而理解更好即是解決問題的第一步。

約翰的第二篇論文，〈集合論的一種公設化〉(An axiomatization of set theory) [4] 是兩年後，當他 21 歲、在柏林大學唸書時發表的。集合論是關於東西以及東西集合的理論，它只考慮這些東西的邏輯關係，忽略其個體性質。從集合論的觀點，你、我、恆星、行星、詞語和數字都只是東西，也都被同等看待。公設化指的是用兩千多年前歐幾里得描述幾何的方式來描述集合論，也就是從幾個被稱為公設的基本假定出發，藉由邏輯推導來建構整套理論。約翰為集合論找到一組新公設，他希望他的新公設可以為數學裡所有有用的部分，建立相容一致的邏輯基礎，同時還能避免出現悖論。不過他也很清楚，他賦予數學的這個一致性基礎只是願望，並不是已被證明的事實。

馮諾曼公設的最主要創見是導入兩種對象，稱為「I 物」(one-thing) 和「II 物」(two-thing)。



他使用這種抽象的名稱是為了避免使用熟悉的辭彙可能會造成誤導。為了讓約翰的想法更容易理解，在此我以「集合」來稱呼「I 物」，以「類」(class)來稱呼「II 物」。所以約翰的集合論有兩種對象：集合，大致上是比較小的，因此可以用一般規則來整個處理；類，則是大到無法整個處理。他所建構的公設可以讓「所有集合所成的類」(class of all sets)是有明確定義的對象，這是一個類而不是集合。至於「所有集合所成的集合」(set of all sets)以及「所有類所成的類」(class of all classes)則都不允許存在。這個簡單的技巧，亦即對小的集體 (collective) 和大的集體分別使用不同的名稱與規則，使得約翰能避免掉邏輯悖論。舊版的集合論因為太過自由運用「所有集合的集合」的概念，以致產生悖論。約翰的新版本不允許這個概念，但是允許使用「所有集合的類」，於是提供了

邏輯建構數學的架構。所有集合的類即是數學的宇宙，在其架構之內，所有數學使用的集體都可以定義。

約翰在撰寫這篇論文之前，曾和哥廷根大學的希爾伯特 (David Hilbert) 討論過。希爾伯特比約翰年長四十歲，是當時全世界最著名的數學家。希爾伯特當時正大力提倡一個藉由解決「判定性問題」(Entscheidungs problem) 以化解數學危機的計畫。解決判定性問題，指的是找出一種形式方法，以判定任何一條數學陳述的真或假。若能解決判定性問題，則可證明數學公設既是一致的 (consistent)，也是範疇的 (categorical)。一致指的是，任何一個命題和它的否定命題，不能都被證明為真。範疇指的是，對於任何一個命題，公設系統都能證明它的真假^①。希爾伯特以他數學界精神導師的權威身分宣稱，若要解決數學危機，就必



須找出一組既是一致、也是完備的公設。只有在每個有意義的數學命題都能被證明出真假之時，數學才能奠立在穩固的基礎上。

在這篇公設論論文的最後，約翰簡短而謙虛地總結了他的貢獻。他並未宣稱他解決了數學危機，而只是宣稱藉由找出一組已知不會發生自我矛盾的公設，因而開啟了一條解決危機的道路。他並未證明他的公設是一致的，也未證明它們是完備的。他在論文結尾用兩句話，不太委婉地表達他對希爾伯特綱領的疑慮：「即使是希爾伯特的理路在此也是無能為力，因為這項反對意見所關切的是集合論的完備性，而非一致性。我們現在所能做的，是承認又出現了一個反駁集合論的論點，而且目前看不出有何化解方法。」

三年之後，約翰針對數學基礎發表了兩篇長很多的論文。其中之一是〈論希爾伯特的證明論〉（On Hilbert's proof theory）[5]；另一篇〈集合論的公設化〉（The axiomatization of set theory）[6]是他的博士論文，這是他 1925 年論文的擴充版。從這兩篇論文可以看出，約翰仍急切地想遵循希爾伯特來挽救數學。但他陷入困境。他創造了一組簡潔優美的新公設——由哥德爾（Kurt Gödel）後來的研究可知，約翰的公設正是理解數學真正本質所需要的——但他不知道該拿它們幹什麼。自此之後，他放棄了拯救數學的任務，轉而從事其他研究。

又再過了三年，維也納的哥德爾於 1931 年證出了兩個徹底摧毀希爾伯特綱領的定理。哥德爾證明，任何的數學公設系統都不可能是完備的，而且任何公設系統也不可能證明其自身是一致的。自歐幾里得至希爾伯特的歷代數學家都以為數學是絕對真理的唯一典冊，但自哥德爾之後，這一點再也不成立。自哥德爾之後，數學只是人類心智的創造物，其真假端視人的品味與偏好而定。對希爾伯特和許多同時代的人而言，哥德爾的發現是一場大災難，他們試圖為數學建立一個唯一且穩固基礎的

希望破滅了。但約翰立即看出，哥德爾所開闢出的新自由其實是得，而不是失。約翰在一場公開演講中，讚譽哥德爾是繼亞里士多德之後最偉大的邏輯學家。約翰很遺憾他自己不能在三年前做出哥德爾的發現，但他樂於見到哥德爾使用他 1925 年論文裡區分集合和類的公設系統。對於能在新的數學基礎上有重要貢獻，約翰相當引以為榮。

牌局和量子

下一朵花〈宴會遊戲的理論〉（Theory of party games）[7] 出自花園的另一區。約翰 24 歲時成為職業數學家，在柏林大學任講師。他很享受柏林的夜生活，也對撲克和百家樂（baccarat）之類混合運氣和技巧的紙牌賭局深感興趣。在此之前，法國數學家伯瑞爾（Émile Borel）曾問過，是否存在有贏得這類牌局的最佳邏輯策略。他提出問題，卻無法解答。約翰解決了這問題，其結果是一個深刻的數學定理。對於只有兩個玩家的對局（game），存在有唯一一種策略，可讓兩人都得到最有利的結果。證明這種策略的存在，則是約翰思考風格的又一範例——他把一個計算的問題化約成邏輯問題。

最佳策略通常需要相當大的隨機性，才能讓玩家的行為真正無法預測。玩家 A 必須丟骰子來決定如何行動，這樣玩家 B 就不能藉由猜對玩家 A 的下一步而獲勝。在撲克牌局中，丟骰子的結果有時會要 A 在拿到弱牌時下大賭注，這稱為唬牌。如果 A 從不唬牌，B 就可以更正確猜對 A 手中牌張的好壞，從而贏得牌局。在論文的最後，約翰寫道：「數學結果符合已知的贏牌經驗法則，例如玩撲克時需要唬牌，這可視為是我們理論的實驗確認。」

關於三人以上的對局，約翰沒找到優雅的解答。

① 譯註：戴森的說明通常稱為完備的（complete）而不是範疇的。「範疇的」指的是該系統只有唯一的模型（model），其中把同構的模型視為相同。這兩個概念經常被互相比較，但並不相同。

要在三人對局裡取得獲勝的最佳機會，A 必須賄賂或威脅 B 和他結盟來對抗 C。三人會爭搶勝利者的位置，亦即 A 和 B，避免成為失敗者 C。競爭的結果不是藉由數學，而是由個人意志或心計來決定。在三人對局的討論終了時，約翰說：「這裡出現了一個在相當溫和且平衡良好的兩人對局中完全沒有的因素：爭鬥。」

在花園的另一角落，有一朵小花獨自綻放，那是一篇題為〈將區間分解成可數無窮多個全等子集〉（The division of an interval into a denumerable infinity of identical parts）[8] 的小文章。這篇論文解決了一個由波蘭數學家史坦豪斯（Hugo Steinhaus）所提出的問題。我在二次世界大戰之後，在美國和史坦豪斯見過面。兩次大戰之間的波蘭出了一批傑出數學家，他是其中為數不多的倖存者之一。這些人裡頭，一半是猶太人，另一半不是。兩個群體倖存的機會差不多，因為離開波蘭的大多數是猶太人，而留在波蘭還能活下來的全是非猶太人。約翰一下子就解決了史坦豪斯問題，此後再也沒回到這個題目。他證明的定理是反直覺的，而其證明也出乎意料。這定理是關於區間上的點集。區間指的是直線上的有限段落。可數無窮指的是集合裡的物件可以用自然數 1、2、3、... 編號，直趨無窮大。這定理說的是，存在一組點集 S_1 、 S_2 、 S_3 、...，具備以下性質：（1）區間上的每一點都恰屬於某個 S_j ；（2）每個 S_j 除了位置之外，其餘一切都完全相同，每個 S_j 都可由另外任一 S_j 沿直線做平移而得。

說這定理反直覺是因為我們無法將集合 S_j 形象化。如果你試著想像 S_j 的點在靠近端點的地方如何排列，你是想不出來的。之所以想不出來是因為這些集合是不可測的（nonmeasurable），無人能想像不可測的點集長什麼樣子。不可測集合無法由我們所熟悉的任何幾何工具構造出來。約翰的證明之所以出人意料是因為它是全然抽象的。他甚至完全

不提 S_j 的幾何，沒有任何關於它們的形狀或構造的暗示。他證明它們存在的方法，是把問題化約成一個純粹邏輯的命題，然後再以純粹邏輯的論證來證明這個命題。這篇小文章是約翰學術風格最極致的展現。

約翰任教柏林的期間經常造訪哥廷根，在那兒海森堡（Werner Heisenberg）剛發明量子力學，數學系由希爾伯特掌舵。希爾伯特對量子力學有強烈興趣，他鼓勵數學家和物理學家合作。就希爾伯特來看，量子力學的現況一團糟。海森堡用不著嚴格的數學，而且也不想學。狄拉克（Paul Dirac）隨意運用他著名的 δ 函數，不管它的數學定義有多荒謬：在一個點上是無窮大，而在其他地方處處為零。當希爾伯特告訴狄拉克 δ 函數會造成數學矛盾，狄拉克答道：「你看我陷入數學矛盾了嗎？」狄拉克只要知道他的 δ 函數是計算量子過程的利器就夠了。二十年後，史瓦茨（Laurent Schwartz）為 δ 函數提供了嚴格的基礎，證明狄拉克是對的。當時，約翰與希爾伯特合作發表論文來清理量子力學的糟糕狀態。量子力學有數年時間是約翰的主要興趣所在，他在 1932 年出版了《量子力學的數學基礎》（*Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*）[9]，這本書在他的花園裡佔據了重要位置。

這是第一本以數學上合理的方式闡述量子力學的著作。在書中，量子力學的概念是嚴格定義的，結果也是嚴格推導的。書中許多內容是原創的，特別是關於量子統計和測量理論（theory of measurement）的章節。我讀這本書是在 1946 年，當時我還是純數學家，但已有轉換到物理的打算。我發現這本書幫助極大，它提供的正是我需要的：數學上準確的理論表述，清楚解釋物理學家太過粗枝大葉、以致不會提到的精微處。我所知道的量子力學大部分是從這本書學到的。然而，當我改行當物理學家，開始閱讀最新的物理期刊後，我



歐本海默，1946年。（Ed Westcott 攝）

很驚訝地發現物理期刊中不曾有人提到約翰這本書。對物理學家而言，約翰形同不存在。當然，他們的忽視部分原因是語言隔閡，這本書是以德文撰寫的，第一個英譯本晚至1955年才出版。但我想，即使這本書早有英文版，1940年代的物理學家仍不會對它感興趣。那正是物理文化與數學文化分歧最大的時候。物理文化是由歐本海默（Robert Oppenheimer）那樣的人主導，他們與詩人和藝術史家為友，但不跟純數學家往來。數學文化則是由布巴基（Bourbaki）集團主導，他們試圖從數學中剷除掉任何不是純粹抽象的東西。物理與數學之間的鴻溝毫不亞於史諾（C. P. Snow）在「兩種文化」的著名演講中所描述的科學與人文之間的鴻溝。約翰是極少數能夠悠遊於這四種文化的人——在物理與數學之中，也在科學與人文之中。

約翰版量子力學的核心概念是抽象希爾伯特空間。希爾伯特空間是一種無窮維空間，量子態在其中是向量，可觀測量則是線性算子。希爾伯特早在

量子力學運用它之前，即已定義和探討希爾伯特空間，它意外的有效性是緣於量子力學的方程恰巧是線性的。這些算子形成一種線性的代數，而量子態可以安排成由該代數的線性表現所定義的多重態（multiplets）。約翰喜歡用抽象和一般的語言來表述物理問題，所以他把量子力學表述成在希爾伯特空間上的線性算子環理論（theory of rings of linear operators）。環指的是一組算子，它們彼此可做加、減、乘法運算，但不能做除法。任何遵守量子力學規則的物理系統都可藉由一個算子環來描述。約翰開始研究算子環，試圖找出存在多少不同類型的量子系統。

約翰在出版了他那本量子力學著作後，又繼續花了數年時間發展算子環理論，收入到著作集第三卷的全是算子環的論文。他發表了七篇長篇論文，頁數總計多達五百餘頁。我今天不擬討論這些鉅作。它們包含約翰身為純數學家最深刻的工作，他證明了每個算子環都等於他稱為因子（factor）的不可化約環的直乘積^①。他發現因子共有五種類型，其中只有兩種是先前已知的。每種因子都有獨特且意料之外的性質。他在探索算子環這片海洋時，發現了他無暇去仔細丈量的新大陸。他沒能完成這三種新因子的研究。他希望有一天能發表他的算子環研究的集大成之作。但這就像西貝流士（Jean Sibelius）的第八號交響曲一樣，終歸是未寫下的傑作。

《量子力學的數學基礎》是我所擬的花卉清單中最後一項以德文寫作的，那是在1932年，約翰仍把他的時間平均分配在柏林和普林斯頓時出版的。同樣在這一年，他開始用英文寫論文，其中一篇是〈準遍歷性假設的證明〉（Proof of the quasi-ergodic hypothesis）[10]，他把這篇論文發表在《國家科學院院刊》（*Proceedings of the National*

① 譯註：嚴格的講是直積分（direct integral）。

Academy of Sciences) 上，以確保美國數學家會讀到。正如同先前使用希爾伯特空間解決量子力學問題一樣，他在這篇論文裡運用相同的概念來解決古典力學裡的一個重要問題。我們說一個古典動力系統是遍歷的，意思是若從一起始狀態開始，並任系統向前無限演變，則系統任意靠近到某終態的機率和起始狀態無關。約翰證明了在某些明確指定的條件下，一個系統是遍歷的，若且唯若當其只存在一運動常數 (constant of motion, 即守恆量)。所謂運動常數是一個由系統狀態決定的量，且此量不隨系統隨時間遷變而變化。約翰的定理為物理學家使用古典統計力學時所做的權宜假設，提供了堅實的數學基礎。如果翻譯成物理學家所用的馬馬虎虎的語言，這定理說的是，系統中任何單一路徑經過漫長時間後的時間平均，等於所有路徑的統計平均。如果再更馬虎一點，物理學家會說，時間平均等於系綜 (ensemble) 平均。系綜一詞在此是指系統所有狀態的集合。

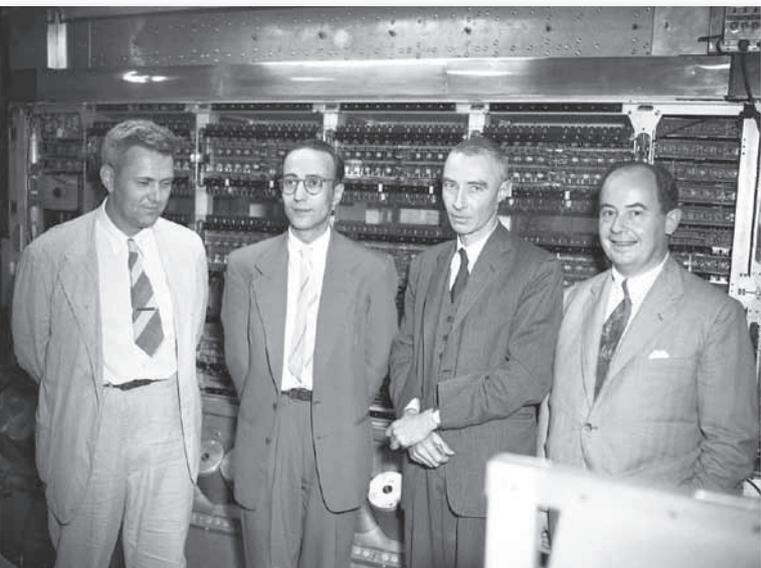
讀到約翰這篇《院刊》論文的一位美國數學家是蓋瑞特·柏克霍夫 (Garrett Birkhoff)。蓋瑞特的父親是喬治·柏克霍夫 (George Birkhoff)，父子兩人都是知名數學家。蓋瑞特和約翰日後成為好友，蓋瑞特也經常造訪普林斯頓。約翰去世後，蓋瑞特寫了一篇文章追記約翰在 1930 年代時的研究工作，文章裡有這麼一句話：「任何想要對馮諾曼思考之鋒利有個深刻印象的人，只需要親身試著依循這一連串精確推理走一趟，然後試想，馮諾曼經常可以在早餐之前，穿著浴袍坐在起居室的書桌前就寫下五頁的內容。」

約翰思考希爾伯特空間算子的一個旁出成果是他發明了連續幾何，這是一種子空間的維度為連續變數的新幾何。在他的園中可以看到兩篇短文，〈連續幾何〉 (Continuous geometry) [11] 以及〈連續幾何實例〉 (Examples of continuous geometries) [12]，兩篇都發表在 1936 年，當時約翰已在普林

斯頓定居。約翰在引言裡寫道：「我們將只給出公設、關於公設的一些註解，然後是主要的定義和結果。詳細的敘述很快會在數學期刊上發表。」這是一個沒有兌現的承諾。自此開始，約翰許下許多像這樣未兌現的承諾。他總是研究一個問題，把問題解決到他滿意的程度，然後沒時間把結果詳細寫下來發表。他在普林斯頓講授連續幾何，講義後來以《連續幾何》 (Continuous Geometry) 的書名，在他去世後的 1960 年出版。這本書非常乏味，它可能是掛在約翰名下最乏味的作品。你可以從這本書看出，當約翰在講連續幾何時，他就已對這個題目失去興趣。他在生前未出版這本講義不是沒有理由的。他在高等研究院是終身職教授，沒有必須發表成果的壓力。1936 年之後，他只發表他覺得重要而且不枯燥的東西。他逐漸對純數學之外的各式各樣題材感興趣，畢竟當他在布達佩斯拿到數學的博士學位時，也從瑞士蘇黎士聯邦理工學院 (ETH) 的化工系畢業。

炸彈和電腦

下一朵花是寫於 1942 年的研究報告〈起爆波的理論〉 (Theory of Detonation Waves) [13]，這是一份關於化學強力炸藥引爆過程的學術性透澈分析。約翰曾親眼見到他的祖國匈牙利因 1918 年戰敗而解體的命運，他比其他歐洲猶太人更亟於加入反希特勒的戰鬥。他很樂於將他的數學技巧和工程知識用於軍事問題，所以甚至在 1941 年美國參戰之前，就受聘擔任美國陸軍的顧問。1942 年報告是他為改良軍用炸藥提供理論基礎而撰寫的系列報告之一。軍用炸藥必須在兩個彼此衝突的需求之間取得微妙的平衡：當猛烈發射時，炸藥必須以最大效率爆炸，但當暴露在槍火中或鄰近有意外爆炸時，又能具備最大的安全性不被引爆。如果你想找出最佳平衡，有一位同時懂得化學和數學的人當顧問會是莫大幫助。



從左至右，畢格羅、高德斯坦、歐本海默、馮諾曼攝於電腦計畫，1952年。（Alan Richards 攝，普林斯頓高等研究院 Shelby White and Leon Levy Archives Collection 提供）

約翰的報告並未討論特定武器，而是提供能讓武器設計者將設計最佳化的數學理論。當他開始為軍方工作時，研究的用途是砲彈和反潛深水炸彈。1943年時，他的好友歐本海默邀請他到洛沙拉摩斯（Los Alamos），把他的想法用於核子武器的設計。他對震波（shock wave）的了解對於洛沙拉摩斯計畫的成功貢獻極大。在洛沙拉摩斯，他看到巨量的數值計算是由大批計算員辛苦地手算完成的，於是他開始認真思考電子計算機的可能性，可以比人工更好更快地完成這類計算。1944年時，他結識高德斯坦（Herman Goldstine），後者當時是年輕的陸軍軍官，正參與一項計畫，要在賓州大學建造一座真正的電子計算機，ENIAC。高德斯坦與約翰成為好友，他後來這麼形容約翰：「他其實是天神下凡，但他仔細研究過人類，所以能夠完美地模倣。他在社交場合中很出眾，有著溫暖、人味的性格，以及絕佳的幽默感。」戰爭一結束，他們立即擬定計畫要用電腦做一番大事業。約翰的花園裡有一篇〈論大型計算機器的原理〉（On the principles of large scale computing machines）[14]，描述了他們的計畫。關於約翰的電腦研究是

其他演講者的題目，所以這方面我不再多談。

我認識約翰本人是在1948年，我來到高等研究院之後。他當時正積極地為研究院建造一部電腦，並且探索它的用途。他從一開始就了解，電腦最重要的用途裡會有這兩項：預測天氣，以及建立氣象模型。他聘請工程師來造電腦，聘請氣象學家來使用它。專案的首席工程師是畢格羅（Julian Bigelow），首席氣象學家是查爾尼（Jules Charney），他們手下各有一群年輕人來幹重活兒，勸誘一部全新的機器吐出某些真正的科學。我很喜歡這群吵吵鬧鬧、沒規沒矩的年輕人。在這群小流氓以及研究院的長者之間，產生了一種頗堪玩味的文化衝突。正如愛因斯坦在1933年初抵研究院時，寫信給友人比利時王后所云：普林斯頓是一個古雅而拘謹的小村落，住著的是踩在高蹺上的神人。這些長老的文化是建立在正式的禮節和對學術層級的敬重之上。約翰和我則是站在小流氓這邊。

約翰去世後，研究院迅速把電腦研究計畫收拾掉，舊文化又重新歸位。此後再也不招聘沒規矩的年輕人，他們帶進研究院的清新氣息被吹散，然後隨著他們的腳步流向加州大學洛杉磯分校和麻省理工學院。當研究院在1980年慶祝成立五十週年時，出版了一本《一個學者社群，1930-1980》（*A Community of Scholars, 1930-1980*），記載歷年來研究院成員的學經歷和著作。這群製造電腦和預測天氣的年輕人，沒有任何一位在書中被提到，他們的學術程度還不足以得到研究院的正式承認。但在約翰的花園中有一朵小花，〈正壓渦度方程的數值積分〉（Numerical integration of the barotropic vorticity equation）[15]是由查爾尼、弗約托夫特（Ragnar Fjørtoft）和馮諾曼合寫的，該文描述他們預測天氣的早期嘗試。因為研究院的電腦尚未啟用，他們得借用ENIAC來做計算。在ENIAC上做數值模擬，所花的時間比被模擬的天氣變化還慢，所以實在稱不上預測。論文最後，他們表示希

望研究院的電腦能夠超前天氣。四年之後，當約翰的電腦及其他類似的機器開始運作，他們的願望實現了。當時約翰宣布，預測二十四小時之後的天氣只需要不到一小時的計算時間。就他想要理解氣象的夢想而言，他也只做到這裡。一年後他被診斷出患了末期癌症，三年後去世。

最後十年

在他生命的最後十年，約翰抽不出時間來寫正式的數學論文，取而代之的是非正式的雜文，對象有時是政府部門裡與他合作的同事，有時是一般大眾。我這一趟園中漫步的最後兩朵花是他寫給大眾的文章，兩篇都是思慮深刻、文筆優美的佳作，他很用心地釐清思緒，然後以簡潔的文字寫出。第一篇〈數學家〉(The mathematician) [16] 是一本 1947 年出版、多人合著的文集《心智的功業》(The Works of the Mind) 裡頭的一章。這是一首天鵝之歌，它用簡單的詞句總結出約翰在純數學家生涯的尾聲時所得到的結論。他將他最好的歲月——也就是牛頓自況其年輕時光時所謂的「正值我創造期的顛峰」——全都奉獻給純數學。從 19 歲到 27 歲，他致力於為純數學建立穩固的邏輯基礎，結果是替哥德爾鋪路，讓他能夠發現數學不可能有完備的基礎。在哥德爾革命之後，他利用新得到的自由，嘗試為量子力學以及日後被稱為計算機科學的新學門建立邏輯基礎。〈數學家〉把數學的發展描述成人類心靈的自由創造，其基礎或者是借自經驗科學，或者是自由發明的。

約翰的主要訊息出現在文章的最後，它在數學家之中已是名言了：

當一個數學學門開始遠離其經驗根源，或者更甚者，如果這個學門只是從「實在」源頭間接啟發的第二、第三代學門，其處境就會非常危險。……換句話說，在遠離經驗根源後，或經過抽象化的近親繁殖後，這個數學主題就有萎縮的危險。這就像建築或繪畫一

樣，起初通常是古典風格，但是當巴洛克的跡象顯露時，危險的訊號就出現了。要給出實例，要歷述某個特定主題如何演變成巴洛克、甚至是巴洛克全盛期的過程是很容易的，但這又會讓討論變得太技術。總之，一旦走到這一步，在我來看治療之道只有一個，就是返回根源，重新注入或多或少直接來自經驗的想法。我確信，如此才是這個學門長保清新和元氣的必要條件，現在如此，將來也是如此。

當約翰提到巴洛克全盛期的實例時，他心中想到的或許是他自己耽溺在連續幾何的細節，而他一頭栽進計算機科學的經驗世界，或許是想回歸本源重拾青春吧。

在向純數學告別後，約翰人生的最後七年，一半是在普林斯頓執行電腦計畫，一半是在華盛頓擔任政府顧問。在這段期間，他變成大眾眼中的軍事強硬派。有數年期間，他公開倡導對蘇聯發動預防性戰爭。他深入參與數個研議軍事戰略問題的高階委員會，其中之一現在被史家稱為馮諾曼委員會。這個委員會所提倡的致命性政策，是建議美國結合多階段火箭推進系統和氫彈科技來製造洲際彈道飛彈，以此做為對抗蘇聯的戰略基礎。此一戰略讓美國技術上能夠在 40 分鐘內摧毀蘇聯，但無可避免的結果是，蘇聯在幾年之後也具備了以類似的彈道飛彈摧毀美國的能力。

現在來看，預防性核子武器的想法會讓人覺得是失控的好戰主義。但對曾經經歷過 1930 年代苦難的人而言，這想法有不同的意義。很多人，尤其是自由派的知識分子，認為 1936 年時法國和英國沒有進軍德國，以阻止希特勒重新武裝萊茵區 (Rhineland)，是一種懦弱且不道德的行為。1936 年的德國實質上還是無武裝、無法有效抵抗入侵武力的狀態，此時如果發動預防性戰爭，或許只需數天即可推翻希特勒政權，也可挽救二次大戰中死去的五千萬生靈。我們無從知道 1936 年的預防性戰爭是否可行、是否能達成目的，我們只知

道，約翰那個世代把 1936 年看成是悲劇般錯失的機會，因此不少人認為預防性戰爭是合乎道德的。對他們而言，以果斷的預防措施來遏止一場可怕的災難，既不瘋狂也不是罪惡的。

約翰在 1940 年代辯稱，美國所面對的是和 1936 年的英、法相同的抉擇。蘇聯當時才剛開始建立大量生產核武的工業基礎。就像 1936 年是推翻希特勒的最後機會，約翰判斷 1940 年代是美國不使用毀滅性戰爭來推翻史達林政權的最後機會。他認為，與其日後打一場毀滅性戰爭，不如在 1940 年代先發動預防性戰爭，這不只是對美國、而且對全人類都是比較有利的。我並不是說他的主張是對的——我個人認為，不管是 1936 年或是 1940 年代，預防性戰爭都不能達成目的。我只是要說，當評論約翰提倡預防性戰爭的主張時，如果忽略了主宰了他道德觀感的 1936 年事件，那就完全錯失了他最主要的論點。

我這趟園中漫步的最後一朵花，是以一般大眾為對象、刊登在《財星》（*Fortune*）雜誌上的文章，刊登日期是 1955 年 6 月，也就是他被診斷出罹患絕症之前兩個月。文章標題是〈我們能否在科技下存活？〉（*Can we survive technology?*）[17]。約翰現在關切的不再是數學的知性問題，而是全人類的問題，諸如戰爭與和平、核武與核能、全球暖化與氣候控制、以及因電腦而正在改變的政經規則。在人生的最後七年，當他進入華盛頓的權力中樞，開始與將領和政客往來，他了解到社會最迫切的問題是人性問題，而不是技術問題。

他對人類天性的看法是悲觀的。「抱怨人們自私狡詐，就和抱怨除非電場有旋度，不然磁場不會增強一樣愚蠢。兩者都是自然定律。」^① 他對未來的看法同樣悲觀。「現在發生核子戰爭的恐怖可能性，將來可能會被更恐怖的其他可能性取代。當人們能夠控制全球氣候之時，或許我們現在所有的紛爭相較之下都變成小事。我們不該自欺欺人。一旦

這些可能性成真，它們就會被利用。……很確定的事實是，這樣的困難主要是因為演變即使有用且具建設性，但也是危險的。我們能否以必要的速度完成所需的調整？最樂觀的答案是，人類這個物種先前曾面臨過類似的考驗，而且似乎具有度過難關的先天本領，儘管得經歷不同程度的磨難。想要事先開出完整的對策良方是不可能的，我們僅能指出所需的人格特質：耐心、彈性與智慧。」約翰自己便具備了這些特質。當我們邁入他所創造的世界，這些仍是我們想要擁有最佳生存機會時，不可或缺的人格特質。∞

本文參考資料請見〈數理人文資料網頁〉<http://yaucenter.nctu.edu.tw/periodical.php>

本文出處

Notices 60 (2013) No.2 AMS. 本文出自 2010 年 5 月布朗大學計算分子生物學會議中之「馮諾曼卓越演講系列」。戴森因病未能出席，由兒子喬治·戴森代為宣讀。

譯者簡介

趙學信，網站工程師。兼事翻譯、寫作。

延伸閱讀

- ▶ 2010 年，布朗大學計算分子生物學會議網頁，其中包含六場各領域之「馮諾曼卓越演講」，並附有演講與問答討論之錄影連結。網址：http://www.brown.edu/Research/Istrail_Lab/symp_2010.php
- ▶ “John von Neumann: A Documentary” (1966) MAA. 美國數學協會在 1966 年攝製的黑白紀錄片。網址：<https://www.youtube.com/watch?v=VTS9O0CoVng>
- ▶ Ulam, S. “John von Neumann 1903–1957” , *Bull. Amer. Math. Soc.* 64 (1958) No. 3, Part 2. 馮諾曼好友烏朗著名的綜述追憶文章。
- ▶ Marina von Neumann Whitman, *The Martian's Daughter: A Memoir* (火星人的女兒：一段追憶) (2012) University of Michigan Press. 瑪莉娜是馮諾曼第一次婚姻以及唯一的小孩，她在這本回憶錄中談到她卓越的父親，以及她如何在父母巨大的陰影下成長。所謂火星人指的是五位翻轉科學方向的匈牙利科學家，可見 *Martians of Science: Five Physicists Who Changed the Twentieth Century* (2006) Oxford University Press. 另外，在 YouTube 中可找到瑪莉娜出書時的訪談。

^① 譯註：馮諾曼的這句話出自威格納為馮諾曼寫的悼文，見 Wigner, E. “John von Neumann” *Year Book of the American Philosophical Society: Biographical Memoirs* (1957) ,P.149-153。