

## 四年一度的費爾茲獎公布

### 第一位女性得主

數學界的諾貝爾獎「費爾茲獎」頒獎了！8月13日在韓國首爾舉辦的世界數學家大會中，四位來自世界各地的年輕數學家獲頒這項殊榮，分別是巴西的阿維拉（A. Avila）、印裔美加籍的巴噶瓦（M. Bhargava）、奧地利的賀勒（M. Hairer），以及伊朗的莫札卡尼（M. Mirzakhani），其中莫札卡尼是首位獲得費爾茲獎的女性數學家。

得獎者的地理與文化背景差異很大，見證了數學天分的公平性。而他們最後都落腳於美歐學術重鎮，也顯示數學世界的中心仍然在西方。

阿維拉是第一位獲得費爾茲獎的拉丁美洲人，對只有一位諾貝爾獎得主的足球強國巴西是極大的榮耀。巴西和法國有長年數學合作的傳統，動力系統更是巴西數學的強項，里約熱內盧的國家純數與應數研究院（IMPA）更是這個領域的重鎮。35歲的阿維拉出身於這個傳統，他21歲就在IMPA取得博士學位，目前任職於IMPA與法國國家科學研究中心。

動力系統是依特定規則隨時間變化的系統，例如星體、天氣、人口等，轟動媒體的「混沌」和「碎形」概念，都出自動力系統的研究。這個年輕領域近年來快速發展，已經造就不少費爾茲獎得主。頒獎委員會讚揚阿維拉的工作「對動力系統有根本的貢獻，以重整化做為統一性原理，改變了整個領域的風貌。」

阿維拉實質結束了實一維動力系統的研究，以重整化理論，從機率觀點獲得整體的理解。在複一維動力系統則深入理解費根堡映射的朱利亞集的碎形集合。另外他還結合動力系統回頭研究分析學，像是他發現量子物理的薛丁格算子譜呈現怪異的康托集模式。

今年剛滿40歲的巴噶瓦出生於加拿大，父母是來自印度的移民，父親是化學家，母親是數學家，也是他的啟蒙恩師。巴噶瓦大學畢業於哈佛，在普林斯頓的博士論文導師則是解決費馬最後問題的懷爾斯。他目前是普林斯頓大學的教授。

巴噶瓦的主要研究領域是數論，頒獎委員會稱讚他「發展數幾何（geometry of numbers）中威力強大的新方法，應用於小秩環的計數，並估計橢圓曲線平均秩的上界。」。

在研究所期間，巴噶瓦嗜讀高斯名著《算術研究》（*Disquisitiones Arithmeticae*）。他的畢業論文推廣高斯二元二次形式的合成律到更複雜形式的合成律，據說這是巴噶瓦隨手把玩魔術方塊時，靈機一動發現的。在畢業論文中，他發現了13種高次的合成律震驚數論界，他的哈佛老師葛羅斯（B. Gross）說：「巴噶瓦的畢業論文十分傑出，這是兩百年來首次對高斯二次形式合成律的主要貢獻。」

巴噶瓦最近和合作者研究橢圓曲線，並發展出全新的計數方法。例如他們能夠證明66%以上的橢圓曲線滿足伯奇/斯溫諾頓戴爾猜想（Birch and Swinnerton-Dyer conjecture），這是克累研究所（Clay Institute）提出的七大百萬名題之一。

38歲的奧地利數學家賀勒，在瑞士日內瓦大學獲得物理博士學位，目前是英國華威克大學教授。他研究隨機分析學，特別是隨機偏微分方程，2014年也入選英國皇家學會會士。

微分方程源自牛頓以微積分研究萬有引力理論，探討大自然的各種相關物理現象。其中一個深刻的問題是理解雜訊如何影響微分方程，尤其是方程解的長期行為。1940年代，日本的伊藤清解決了隨機常微分方程的情況，但是隨機偏微分方程的進展一直很遲緩而零碎。

2004年，賀勒率先證明了隨機納維爾/斯托克斯方程（帶著雜訊的流體方程）的遍歷性。2011年，他又解決1986年物理學家提出的KPZ方程，這是研究介面成長著名而難纏的問題。同時，賀勒開創了正則結構的想法，大膽的以特定規則忽視KPZ方程中的擾動，求得基底解後建構一般解，最後再證明以任何方式忽視擾動的解都一樣。這個空前又有系統的理論，讓頒獎委員會稱讚賀勒的工作「對隨機偏微分方程貢獻卓著，創造了這類方程的正則結構理論」。

賀勒不是外人眼中的典型數學家，有著與生俱來的務實感與廣泛興趣，他喜歡煮東西融合料理（其妻為華人）、滑雪並熱愛搖滾樂，另外他從小擅於寫程式，曾研發一套許多人愛用並得獎的音樂編輯程式 Amadeus。事實上，賀勒說自己許多數學靈感都來自他放鬆享受別的興趣的時候。

2014 年費爾茲獎的最大亮點，無疑是出現第一位女性得主莫札卡尼，而且她來自伊斯蘭國家伊朗，在性別議題上意義非凡。今年 37 歲的莫札卡尼，高中時就是伊朗第一位參與數學奧林匹亞選拔的女性，並兩度獲得金牌。她大學畢業於德黑蘭沙里夫科技大學，到哈佛攻讀博士，指導教授是費爾茲獎得主麥克穆蘭（C. McMullen）。她如今任職於史丹佛大學。

莫札卡尼研究黎曼面的模空間，領域跨越雙曲幾何、複幾何、代數幾何、拓樸和動力系統。數學家已經知道雙曲黎曼面若限制封閉測地線的長度小於  $L$ ，當  $L$  很大時，其個數近於  $e^L/L$ 。當限制在簡單測地線，莫札卡尼在博士論文中結合辛幾何的工具，發現其個數約為  $c \cdot L^{6g-6}$ ，其中  $g$  是虧格， $6g-6$  是模空間的維度， $c$  則和幾何結構有關。她也因此重新證明「韋頓猜想」，孔策維奇（M. Kontsevich）曾因解決這個猜想獲得費爾茲獎。

後來她又證明模空間瑟斯頓（W. Thurston）的「地震波」是遍歷的。她震撼數學圈的新結果則是非封閉測地線的研究。由於非封閉測地線可以無窮延伸，其整體結構是知名的複雜與怪異。但她和合作者卻證明，若只考慮複測地線的閉包（closure），事實上是代數解形，這是首次在非齊次空間中，出現令人意外的完整結果。

莫札卡尼自認是「慢」數學家，喜歡反覆思考深奧的問題，有些十年還找不到答案。有趣的是，她思考數學時喜歡塗鴉，她先生說她在地板上鋪一大張紙，反覆畫一些他覺得沒有差別的圖案，長達數小時。莫札卡尼很有自信，喜歡思考大問題，成長於兩伊戰爭，她說不確定這樣對不對，不過「人生本就不該太容易。」（林奕君編譯）

## 撞球中也有高深數學

2014 年的阿貝爾獎和沃爾夫獎

相對於年輕數學家的費爾茲獎，最接近終身成就獎的莫過於阿貝爾獎，今年得主是 79 歲的俄國數學家西奈（Y. Sinai）。西奈 1960 年在莫斯科大學取得博士，是知名數學家科莫哥洛夫（A. Kolmogorov）的學生，他一直留在俄國，1993 年才任職普林斯頓大學。

西奈繼承俄國數學和物理並重的傳統，在動力系統、遍歷論、機率與數學物理都有傑出貢獻。阿貝爾獎委員會說「西奈是二十世紀最有影響力的數學家之一……是跨越決定（動力）系統與機率（隨機）系統的主要建築師。」

西奈最知名的研究領域是複雜動力系統，他發展的許多概念和工具是今日研究的標準配備。例如為了區分決定、雜亂和完全隨機的系統，西奈和科莫哥洛夫發明他們為名的 KS 熵，來度量動力系統的雜亂度，一般認為這是數學定義比定理還重要的典例。

另外，西奈提出「西奈撞球台」（Sinai billiard）這個動力系統的範例，證明這個系統是遍歷的（所有軌跡都「走遍」桌面上每個點）並且是混沌的（起始點的些微差異造成很不同的結果）。

另一個數學大獎，2014 年沃爾夫獎的得主是南非裔的美國數學家沙納克（P. Sarnak）。沙納克 1980 年在史丹福大學取得博士，現在是普林斯頓大學兼高等研究院教授。委員會說沙納克數學視野寬廣，「在分析、數論、幾何與組合學有深刻貢獻」。

沙納克早期曾運用數論的拉曼努真猜想建立拉曼努真圖，在圖論影響深遠。後來他投入量子混沌的研究，運用撞球台概念、模函數與雙曲幾何，建立「量子唯一遍歷猜想」。另外，他也試圖釐清量子隨機矩陣和黎曼假說之間的關係。

從今年各數學獎得主的研究，可以感受到強烈的動力系統味，不但西奈、沙納克都曾著力於運用「撞球台」概念，連莫札卡尼也透露她最新的研究，要澈底研究雙曲曲面的撞球台問題。（編輯部）

## 一個時代的終結？

### 從格羅騰迪克逝世談起

數學界公認可能是二十世紀最偉大數學家的格羅騰迪克（A. Grothendieck），11月13日在法國西南庇里牛斯山北麓的阿列日省（Ariège）過世了。

《數理人文》才剛連載傑克森（A. Jackson）的格羅騰迪克小傳〈宛如來自空無的召喚〉，評述他一生的數學功業與人生曲折，最後以他隱居做結。誰知才幾個月，竟迎來哲人其萎的訊息，令人更是歎噓低迴。

格羅騰迪克逝世的消息傳出，隨即引起媒體報導，稱他是最不為人知的偉大天才。法國電視台也深入他最後居住的拉塞赫（Lassere）小村，只見野地荒涼，遺居蕭索冷清。

丘成桐很快寫下一首詩，悼念格羅騰迪克：

代數泛函當世雄，幾何算術鑄新風。

猶存俠骨齊夷意，不朽千秋萬代功。

短短數言描述了格羅騰迪克的重要成就與人格。前兩句是數學家最熟悉的一面，格羅騰迪克的好友卡迪亞（P. Cartier）稱他是大教堂的建築者，以基本的觀念貫串算術幾何、代數幾何、拓樸，成就卓絕。

格羅騰迪克因此獲得數學界重要大獎：費爾茲獎與克拉福德獎，但他都未出席領獎，事實上他最膾炙人口的，就是1988年在法國《世界報》說明他拒絕參與獎金授受的遊戲，並直評科學界風氣敗壞，學閥縱橫，日後更細述於他的半回憶錄《收割與播種》中。丘所謂「猶存俠骨齊夷意」，正是讚揚格羅騰迪克光風霽月似伯夷叔齊，不與學術政治合污之意。

格羅騰迪克的天真直言讓他的好友頭疼。畢竟歷史上科學家本來就是菁英，在皇室貴族輔助下日益茁壯，所以重要科學家，每有加爵授勳之舉，至今猶然。數學獎做為名器，除了對得獎人研究的尊崇，也能讓世人知悉數學潮流之所向，激發年輕學子有為者亦若是的情懷。

不過這總有一定的比例原則。最近發生在數學家孔策維奇的故事就值得深思。

孔策維奇是法國科學高等研究院（IHÉS）的傑出數學家。1998年，卡迪亞在IHÉS四十週年時，曾經談到格羅騰迪克的空間與對稱觀念的演變，如何在IHÉS的傳統裡，被孔涅（A. Connes）與孔策維奇巧妙的繼承發揚光大，並和物理產生有趣的競合關係。

去年6月23日，《紐約時報》科學版登了一篇專論數學獎的文章，劈頭一句就是「對孔策維奇來說，數學已經變成異常的賺錢行業。」因為他自2012年來連續得了幾個大獎。連續得獎不是新聞，獎額才是新聞。2012年「劭逸夫獎」獎金一百萬美元；2013年「基礎物理獎」（後更名「基礎物理突破獎」）三百萬美元；2014年「數學突破獎」三百萬美元，如果加上2008年「克拉福德獎」六十萬美元，他光這幾年就有約臺幣兩億三千萬的獎金收入。對好數學家來說，這也是天方夜譚。

有趣的是兩個「突破獎」，都是他俄羅斯老鄉密爾納（Y. Milner）頒給他的（數學獎的贊助者還有臉書的祖克柏格（M. Zuckerberg））。密爾納認為孔策維奇橫跨物理和數學，兩邊都貢獻傑出，得獎實至名歸。不過根據《紐約時報》報導，孔策維奇聽到消息的反應是：「老實說，我有點尷尬。」

密爾納是俄國著名的網路大亨，他自認是物理研究的逃兵，在金融業闖蕩過幾年，後來成為網路產業的重要推手，他的公司投資臉書、推特、Spotify、Groupon、阿里巴巴，涵蓋各類尖端網路產業。

不過密爾納沒有忘情科學，2012年他結合一班網路企業的驕子，包括祖克柏格、Google的布林、阿里巴巴的馬雲等人，推出「突破獎」，包含基礎物理、生命科學和數學三大領域，獎金每人獨得三百萬美元，獎額遠超過諾貝爾獎。

密爾納認為科學重要又影響深遠，希望讓科學這個人類文明的重要成就，能在新時代成為又酷又有賺錢的行業，免得現代社會的風氣獨厚運動員、明星、政客、大亨。密爾納說這不是國家的科學補助，而是要讓更廣大的群眾能分享科學發現的興奮。

這個巨額獎金震撼了科學界，引起很多討論。前

年6月《自然》編輯曾以〈年輕新貴〉為題討論這個現象。許多典型回應可想而知：「新貴企業家用錢買不到諾貝爾獎的地位。」「幕後科學家自我宣傳的把戲。」「只是更鞏固了孤獨天才的迷思。」不過《自然》編輯倒是務實的做了底下的結論：

……首先，如果得獎了，大部分研究者都會收下。其次，把錢和注意力引到科學來，比起流到別處絕對是好事。批評和質疑授獎機制很合理，畢竟這正是研究文化的特色。授獎人愛怎麼用錢是自己的事，得獎人以感激和雍容接受這份禮物是明智的。

除了孔策維奇，首屆「數學突破獎」獲獎人還有多納森(S. Donaldson)、路希(J. Lurie)、陶哲軒、泰勒(R. Taylor)。其中三位曾是費爾茲獎得主。

陶哲軒接受《紐約時報》訪問談到，他曾建議密爾納放棄這個念頭，不如用較小獎額設立更多獎，更有益於數學的發展。陶哲軒說「我覺得這個獎的金額有點荒唐，我並不覺得自己是最有資格的得獎人。」最後，他希望用獎金協助建立更公開且免費的數學期刊，或線上大規模的數學合作。

進入二十一世紀，數學新獎的金額的確越來越高。連本世紀初，比照希爾伯特23數學問題的克累研究所「七大名題」，也懸以百萬美金的重賞。我們真的需要如此高額的獎金，才能吸引人才投身數學研究嗎？還是，這是全球化資本主義發展邏輯之下，自然產生的文化變遷。當臺灣教授薪水遠低於亞洲各重要學術對手的現在，金錢絕對不是膚淺的問題。

11月9日，「突破獎」在舊金山南灣舉行奢華的頒獎典禮，好萊塢眾星雲集，成功吸引媒體的關注。隔夜，嚴肅的數學突破獎會議在史丹福大學舉行，五位得獎人除演講外，還和密爾納一起舉行圓桌論壇。最後有人提及格羅騰迪克，並提到他人還在世。沒想到三天後噩耗傳來，真是強烈的巧合。

只是面對格羅騰迪克的過世，想到他「義不食周粟」的決絕，同樣經歷過這個年代的數學家，是親身見證了一個時代的消逝？還是，自始至終這只是圍繞一個特殊神人人品格的幻覺呢？（編輯部）

## 不讓露西專美於前 在臺灣取景拍攝的數學電影

2014年10月，法國導演盧貝松和史嘉蕾喬韓森來臺北拍攝「露西」造成轟動，但較少人知道另一支英國團隊稍早也在臺北拍了一部數學電影「X+Y」。

這部電影和國片「逆光飛翔」的製作過程很像，導演馬修斯先拍了一部扣人心弦的紀錄片 Beautiful Young Minds，再因好評籌資拍成電影。紀錄片的片名顯然是向談數學家納許的「美麗境界」(Beautiful Mind)致意，紀錄英國奧林匹亞隊伍參與2006年斯洛維尼亞奧賽的過程，其中獲得銀牌的萊特汶(D. Lightwing)的故事，就是「X+Y」的張本。

這部英國廣播公司(BBC)製作的電影，講述身患亞斯伯格症的男主角無法與人溝通，沈浸在數學世界，入選為國家隊後隨團到數奧優異的臺灣訓練，並在一些事件與戀愛後，找到人生的出口。真實世界的萊特汶，的確有位遊學認識的大陸妻子，他日後畢業於劍橋進入Google，目前是中國綠地集團倫敦部門的資訊與行銷經理。

「X+Y」雖然小品，演員陣容不弱，十七歲男主角是「雨果」中很吸睛的阿薩巴特菲德，演他辛苦母親的莎莉霍金斯是柏林影后（伍迪艾倫「藍色茉莉」中的妹妹），劇中的老師和教練也都是重要電影的配角。演女主角的是倫敦出生的大陸演員焦陽（和陳妍希一樣以「高齡」扮演高中女生）。

導演本來也想找在臺灣頗具知名度的數奧金牌陳伯恩入鏡。陳伯恩從小摘除左眼，又與白血病奮戰，但他天性樂觀，數學天分又高，小六獲丘成桐數學獎金牌，國中更獲數奧金銀牌，最近高二又獲得資訊奧賽金牌。導演雖因陳養病無法如願，但為了體會箇中心境，仍和陳細談做為選手的體驗。戲中還找傳奇人物孫文先飾演老師，他獨力經營非升學性的九章出版社，積極推動數學，造就許多數奧選手。

「X+Y」已在多倫多影展首映，但能否於臺灣上映還在未定之天。（編輯部）