

絕對溫度 十億分之一度下的 量子模擬

作者：金政 譯者：陳勁豪

作者簡介：金政畢業於臺大物理系，史丹福大學物理博士，現為芝加哥大學物理系、法蘭克研究所與費米研究所教授

近年來，冷原子的研究見證了一系列驚奇，並且開啟了一扇通往量子物理勝地的大門。這個領域宛如科學研究發現的天堂，因為幾乎所有東西都能精準控制，而且原子的運動完全遵循量子力學法則。從實驗物理學家的角度來看，這些冷原子的用途相當多元：它們既可以在某個實驗中模擬凝態材料裡的電子，也可以在另一個實驗中模擬交互作用的核子，甚至能化身為科學家在假想實驗中憑空創造出來的虛擬物體。在這個嶄新的量子奇境中，我們的想像力是僅有的疆界。

本文將回顧引人入勝的量子模擬新領域的發展歷程，並且著眼於揭開冷原子巨大潛力過程中幾個最出乎意料的關鍵突破。本文係針對理學院及工學院大學部程度的讀者所撰寫。

量子氣體的降臨：玻色—愛因斯坦凝聚態

1995 年秋天，我來到史丹福大學成為物理博士班學生。我對冷原子物理所知有限，不過我知道這個領域在幾個月前剛出現突破性進展：在絕對溫度千萬分之一度附近首次觀察到原子的玻色—

愛因斯坦凝聚態（Bose-Einstein condensate，簡稱 BEC）。在這種不可思議的低溫下，玻色子原子會突然聚集在動量最低的量子態上。這個過程就是所謂的玻色—愛因斯坦凝聚。美國 JILA 國家實驗室和科羅拉多大學的康奈爾（Eric Cornell）與魏曼（Carl Wieman），以及麻省理工學院的凱特利（Wolfgang Ketterle）三位物理學家因為發現玻色—愛因斯坦凝聚態而共享了 2001 年的諾貝爾物理學獎 [1,2]。

要了解為什麼產生 BEC 需要如此低的溫度，我們可以回頭看看統計力學課本。對理想玻色子而言，產生 BEC 的條件是

$$n\lambda_{dB}^3 > \zeta\left(\frac{3}{2}\right) = 2.612\dots$$

其中 n 是粒子密度， λ_{dB} 是粒子的德布羅意（de Broglie）熱波長，而 $\zeta(x)$ 則是黎曼 ζ 函數。

如果我們知道原子密度 n 與原子間平均距離 d 的關係是 $d = n^{-1/3}$ 的話，那麼上面的式子就很容易理解了。只有當粒子的德布羅意熱波長大到

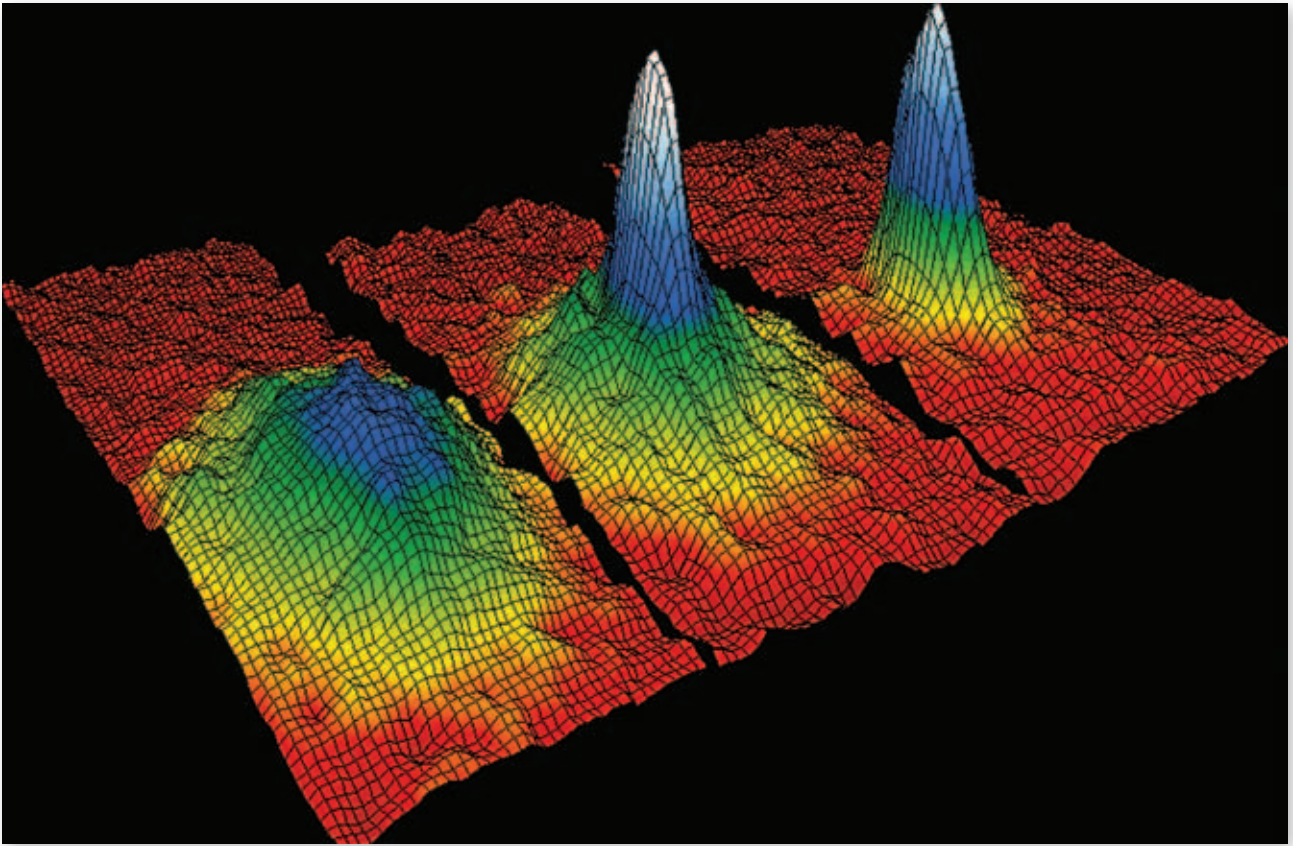


圖 1 原子的玻色-愛因斯坦凝聚在 1995 年終於實現。這張圖顯示鉀原子在 $T > T_c$ (圖左)、 $T \approx T_c$ (圖中) 與 $T \ll T_c$ (圖右) 時的動量分佈。產生凝聚態的臨界溫度是 $T_c = 100nK$ ($1nK = 10^{-9}K$)。高聳的峰值表示原子集中在動量最低的量子態上。(本圖由 JILA 國家實驗室及科羅拉多大學教授康奈爾提供)

足以涵蓋 2.612 個以上的鄰近原子時，BEC 才會發生。由於原子氣體通常相當稀薄，原子間的平均距離大約在幾百奈米左右，因此必須把溫度降到 $100nK$ 左右才能產生這麼大的德布羅意波長，產生 BEC。

相信大家只要 Google 搜尋「玻色-愛因斯坦凝聚態」，就能找到非常多美麗的圖片。我想特別說明的是，BEC 是個相當神奇的現象，因為這些圖所顯示的，是數以百萬計的冷原子聚集在單一量子波函數下所產生的機率分布圖像。這個圖像大到可以用一般的數位相機拍攝下來。

鉀原子不為人知的祕密

雖然來不及參與第一波 BEC 實驗，不過我仍然被冷原子跟 BEC 的美好前景深深吸引。我很幸運

能夠加入朱棣文博士 (Steven Chu) 的研究團隊。他發展出雷射冷卻及捕集冷原子的技巧 [3]，這是使冷原子達到極低溫的關鍵第一步。他在 1997 年因此獲頒諾貝爾物理學獎，那時是我博士班三年級的時候。

朱棣文將注意力放在幾個相當具有挑戰性的目標上，而我的研究主題則是他的目標清單中最重要之一。我的題目是利用雷射冷卻鉀原子，以測試時間反演對稱性是否成立。我跟許多科學家一樣，難以抗拒挑戰這種基礎問題所帶來的誘惑。這個題目乍看之下跟 BEC 一點關係也沒有，而且我當時也不知道這個題目的成果會影響到往後關於 BEC 的研究。

開始進行鉀原子實驗後，我很快注意到其他鉀原子實驗室一些令人費解的研究報告。首先，沒有人

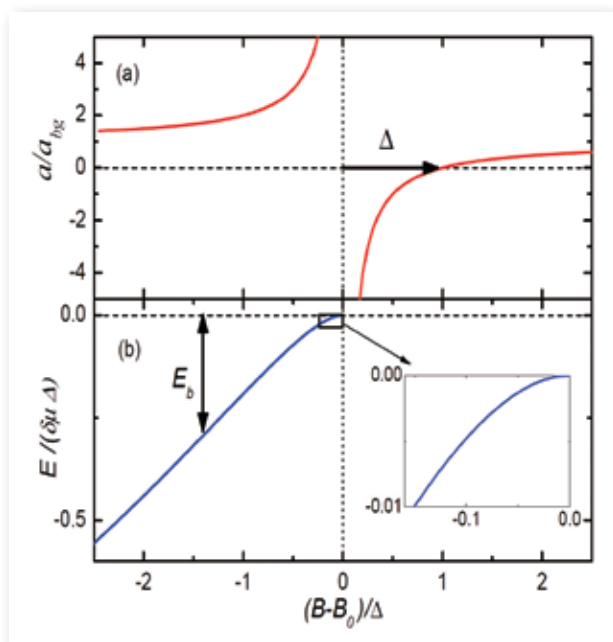


圖 2 當兩個彼此碰撞的冷原子與分子束縛態耦合時，就會出現費許巴赫共振。當分子能量（藍色線）在能量連續區附近（ $E_b \rightarrow 0$ ）受外加磁場調控，原子散射長度發散（ $a \rightarrow \pm\infty$ ）。插圖所示為束縛態的放大圖。（本圖取自 [4]）

能夠把鉀原子冷卻到足以形成 BEC 的程度。第二，鉀原子鐘實驗發現頻率有著相當大的偏移。許多科學家因此放棄鉀而改用其他原子做實驗。

我們實驗室發現，鉀原子在某些磁場下會相當容易逸失，嚴重妨礙實驗的進行。儘管如此，放棄鉀原子的念頭一直沒有在我腦海中出現。在很長的一段時間裡，我們是唯一一個繼續研究鉀原子的團隊，試圖解開它的奧秘。

超低溫氣體的第一個魔法：費許巴赫共振

我們慢慢發現，大家在鉀原子上所看到的所有奇怪現象，都跟冷原子一種反常的碰撞性質有關。這個性質叫做費許巴赫共振（Feshbach resonance）。

當兩個相互碰撞的粒子在散射能量連續區附近耦合形成束縛態，就會產生費許巴赫共振。由於原子跟分子基本上都帶有磁性，這種費許巴赫耦合可藉由外加磁場來誘發。在共振態附近，這些散射原子

或分子間的耦合使原子間的交互作用顯著增強。這個效應使得原子散射長度 a 發散， a 的表示式為：

$$a = a_{bg} \left(1 - \frac{\Delta B}{B - B_0} \right)$$

其中 ΔB 是共振的寬度， a_{bg} 是當磁場 B 在距離共振位置 B_0 很遠時的背景散射長度。於是這個共振耦合變成冷原子的第一個神奇控制鈕，讓我們能外在調控量子原子氣體的作用強度，從弱耦合一路增強到強交互作用系統。這是量子模擬中相當關鍵的部份，本文後面會再提到。

在史丹福的時候，我們其實還不知道這個共振跟我們所觀察到的原子不穩定性之間有什麼關聯。大概有整整一年的時間，我幾乎整天都在實驗室裡進行各式各樣的測試，結果找到了 60 個費許巴赫共振，但依然在思索造成鉀原子逸失的微觀機制。就算是出了實驗室，不管做什麼事，比如跟朋友聊天，走路回家，或吃飯，我都可能會隨時失神，陷入這個問題的思考中。實驗室裡的其他研究生與博士後也逐漸將興趣轉移到其他研究主題上，不過我根本沒心思去注意他們在做些什麼。

結果某天在洗澡的時候，我終於把所有的線索拼湊起來，了解原子在光阱（trap）中不穩定性的成因。我馬上跑出浴室抓起電話打給我們團隊裡的博士後，顧不得還沒穿上衣服（他並不知道這回事），用興奮到顫抖的聲音告訴他一切都已水落石出。我發現這種不穩定性其實是因為兩個過程所造成的。首先這些相互碰撞的原子可能會暫時結合成分子，但是光阱中的雷射卻會將分子趕出，導致光阱中的原子逸失。這個新機制後來被我們稱為輻射性費許巴赫頻譜分析（radiative Feshbach spectroscopy），首次為穩定存在的冷分子團提供了確切的證據。這個結果後來成為三篇論文的主題，也是我博士論文的一部分。我在 2001 年畢業，是朱棣文研究團隊裡唯一專長於原子碰撞的學生。

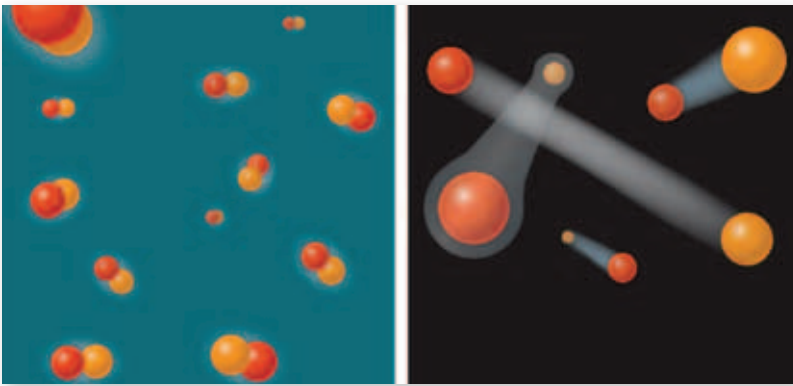


圖 3 BCS-BEC 交越。右圖所示為 BCS 超流體，是弱耦合費米子的基態。原子會形成庫珀對。左圖顯示在強耦合下，費米子原子結合成玻色子分子，基態就變成分子 BEC。(本圖取自 [12])

冷分子革命

到了 2002 年底，費許巴赫共振在幾乎所有能被雷射冷卻及捕集的冷原子系統中都被發現。大家也逐漸認同利用費許巴赫共振的巨大潛力，能透過外加磁場來控制原子間作用力（如 2 所示）。整個圈子都在熱切尋找費許巴赫共振的創新應用。

第一個重大突破出現在 2003 年初。JILA 國家實驗室的一個研究團隊直接觀察到了冷分子的影像。他們發現逐漸調整磁場強度掃描通過費許巴赫共振，可以使大約 50% 的鉀原子 (K) 形成成鉀分子 K_2 [5]。這個新方法馬上引起了廣泛的興趣，並引發一場激烈的競賽。當時我才剛到奧地利因斯布魯克大學 (Universität Innsbruck) 擔任博士後，馬上利用這個概念，在兩組設備上分別製造出銫分子 (Cs_2) [6] 跟鋰分子 (Li_2) [7]。在不到半年的時間內，世界各地有一打左右的實驗團隊就把超冷銫分子、鉀分子 (Rb_2) [8]、鋰分子 [7,9] 跟鈉分子 (Na_2) [10] 統統做了出來。基本上所有能被雷射冷卻的鹼金屬原子，在幾個月內統統變成了分子。

回顧這段令人非常振奮的時期，冷分子的熱潮來得又快又突然，以致於沒幾個人知道這些冷分子會帶來何種衝擊。事後看來，這些「費許巴赫分子」確實開啟了量子模擬的新時代，並在下一個十年中

推動了好幾波重要的研究風潮。

費米子的故事： BEC-BCS 超流體的相位交越

2003 年最終是以 JILA、因斯布魯克大學、麻省理工與巴黎高等師範學院 (ENS) 發現鋰分子與鉀分子的玻色-愛因斯坦凝聚收尾 [11]。這兩種分子分別由鋰-6 與鉀-40 原子這兩種費米子所組成，由於費米統計原則這些原子不會因為碰撞而產生不穩定

性，因此比其他分子穩定許多。

當兩個費米子原子配對在一起，就成為一個嶄新的模擬 BCS-BEC 相位交越 (crossover) 的絕佳系統^①。這個 BCS-BEC 交越模型大約在四十年前提出，用來解釋凝態物理中的某類高溫超導現象。基本上，費米子配對提供了一個很棒的平台，讓科學家研究長距離的庫珀對 (Cooper pairing) 與短距離的分子配對之間的關係。這種原子氣體中的交越現象令人興致盎然，很快就被一群冷原子與凝態物理學家發展成了一個新的領域。

這是第一個冷原子誤打誤撞進入另一個傳統上毫不相干的領域，卻馬上搖身一變成為一個眾望所歸模型系統的例子。由於冷原子系統相當乾淨，而且又能精準調控原子間的作用力，在強關聯系統中進行理論預測與實驗結果的精確數值比較如今終於得以實現。我們甚至能夠直接觀察弱耦合的庫珀對如何演變成強耦合的交互作用分子。在傳統的材料科學研究中，複雜的分子間相互作用與樣品中的雜質，常導致理論與實驗間無法有意義的精確比較。冷原子系統正好成為強烈的對比。

玻色子的故事：葉菲莫夫三體分子的幾何級數比例

在玻色子氣體的情況裡，當分子在費許巴赫共振附近形成，我們觀察到與費米子氣體截然不同的現

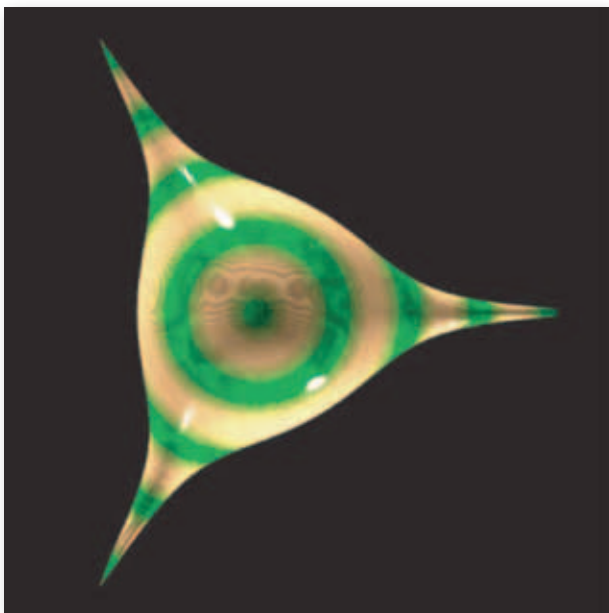


圖 4 經過理論計算的三體葉菲莫夫態密度分佈顯示在二維超球面座標上。1970 年代就已被預測存在的葉菲莫夫態，最終在冷原子系統的費許巴赫共振附近被觀察到。在任何一個費許巴赫共振附近都存在無窮的葉菲莫夫態序列，而且具有幾何級數比例對稱性。（本圖由格林恩（Chris Greene）提供 [16]）

象。玻色子喜歡聚集在同一個量子態上，在早期的實驗中，大家便已發現玻色凝聚的生命期常常因為三體碰撞而縮短。越接近共振頻率，玻色凝聚中三體碰撞造成的損失便會急遽增加，不像費米子氣體那樣在共振頻率附近依舊相當穩定。

三體碰撞的損失對 BEC 來說是個壞消息，但卻為一種奇特三體分子態的研究開啟了一扇大門。核物理學家葉菲莫夫（Vitaly Efimov）在 1970 年代預測了一系列的三體束縛態 [13]，也就是現在所謂的葉菲莫夫態。這些葉菲莫夫態存在於散射能量連續區附近，根據預測，它們的大小會以幾何級數比例存在，也就是 $1 : \lambda : \lambda^2 \dots$ ，其中 λ 是一個常數。這種尺度對稱性對所有成對共振作用的玻色子系統都成立，但是在實驗上很難驗證，因為需要把量子氣體降到極低溫，而且需要使用可調控交互作用力的量子原子氣體。

2006 年時，我們首先在一億分之一度的冷銩原子氣體中觀察到第一個葉菲莫夫分子態 [14]。在這

個實驗中，我們把磁場強度調到某個雙體費許巴赫共振附近，觀察到與理論計算吻合的三體葉菲莫夫態。在隨後幾年中，許多實驗室也發表了在各種不同原子種類、甚至混合不同原子種類的氣體中觀察到的十多種其他的葉菲莫夫態。這已經遠遠超過當初葉菲莫夫的預測。我在芝加哥大學的研究團隊在 2014 年終於觀察到葉菲莫夫所預測的幾何級數比例關係 [15]。

原子物理再度為原本不相干的領域開啟一股新的研究熱潮。原子氣體可以調控作用強度的特性又一次扮演不可或缺的角色，塑造出葉菲莫夫態。

新工具箱的出現

冷原子氣體除了可以調控交互作用強度外，過去十年間也發展出了許多新技術，使科學家能夠更全面的控制冷原子氣體。兩個主要的突破分別在於光晶格勢（optical lattice potential）與自旋—軌域交互作用（spin-orbit interaction）。前者使冷原子可以存在於各式各樣的晶格勢場中。後者則給予科學家操控能量頻散（dispersion）的可能性，用來模擬帶電粒子在電磁場中的情形。我在這裡簡單介紹這兩個方向上令人振奮的新進展。

光晶格是由同調的雷射光所形成的干涉圖案。最簡單的例子是一維光晶格，由兩束行進方向相反且偏振方向平行的雷射光所構成，形成一個簡單的正弦波光勢場

$$V = \alpha_{AC} I \sin^2 kx$$

其中 $I \sin^2 kx$ 是駐波強度， $k = 2\pi/\lambda$ 是雷射在 x 方向的波數。比例常數 α_{AC} 則是依原子種類而定的交流極化率。

在二維與三維的情況下，我們可以藉由疊合各種

① BCS 理論是第一個超導性的微觀理論，名稱得自巴丁（John Bardeen）、庫珀（Leon Cooper）、施里弗（John Schrieffer）姓氏縮寫，他們因這項 1957 年的研究得到 1972 年諾貝爾獎。

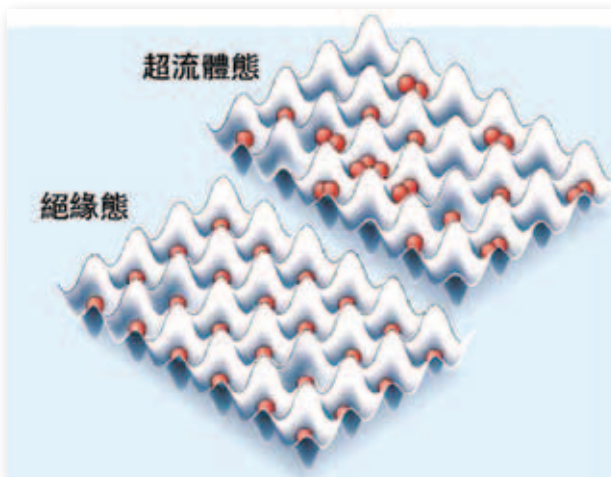


圖 5 光晶格中冷原子的超流體至莫特絕緣體相變。超流體態的原子隨機分佈在晶格中。在強耦合下原子會形成莫特絕緣體，每個晶格格位恰好被一個原子佔據。(圖取自 [18])

行進與極化方向的雷射光，來建構各式各樣的光晶格結構。這種新式的光晶格晶體學已經成為一個相當熱門的研究領域，用來產生三角、六角、甚至籠目晶格 (kagome lattice) 等，供冷原子研究之用。

光晶格提供了一種研究強關聯量子系統的新管道，甚至從中發展出新的量子相。2002 年的突破性進展之一，就是在光晶格中觀察到超流體與莫特絕緣體 (Mott insulator) 之間的相變 [17]，亦即在光晶格勢阱中的基態玻色子氣體可經由相變成為絕緣體。在量子力學裡這是一個非常不可思議的結果，因為經由調控外加勢場，可以使無黏滯性的超

流體突然變成固定不動的絕緣體。

我在芝加哥大學的團隊也在 2005 年加入光晶格的研究，那時我剛開始在芝加哥大學任教。我們發展了新的實驗方法，利用光學顯微鏡來觀察量子氣體在空間中的表現。透過拍攝的高解析度照片，量子氣體在各尺度下的物理性質全都一覽無遺。運用數百萬像素的數位相機拍攝約十萬個原子構成的量子氣體，可顯示系統從微觀擾動到巨觀熱力學性質的完整資訊，而且觀測的時間尺度比單一原子運動快上許多。這種擷取多體系統資訊的能力相當於：對材料中的電子以飛秒的速度拍照，或者對原子核內的質子與中子以更短的時間拍照。想像一下這個技術所帶來的各種可能！

最後介紹的，是關於調控能量與動量間頻散關係 (dispersion relation) E_p 的最新發展。我們知道一般古典帶質量粒子的動能是 $E = p^2/2m$ ，而無質量粒子 (例如光子) 的能量則是 $E = pv$ 。調控能量與動量間頻散關係的概念聽起來很怪，但已經在凝態物理文獻中受到廣泛探討，可用來創造規範勢、奇特 (拓樸) 量子相、及許多奇特準粒子。

合成規範勢 (synthetic gauge potential) 在 2011 年首度在 BEC 中實現 [20]。這項成果引起一股熱潮，至今仍方興未艾。作法是利用雷射光照射 BEC，使同一個原子中不同的自旋態產生耦合。由於

光子帶有動量，導致原子在不同自旋態中躍遷時會伴隨著動量傳遞。舉例來說，一個自旋朝上且帶有初始動量 p 的態，可以與另一個自旋朝下且動量為 $p + \hbar k$ 的態混合 (其中 $\hbar k$ 是光子動量)。數學上我們可以用以下的矩陣形式在漢密頓量裡描述這種混合現象：

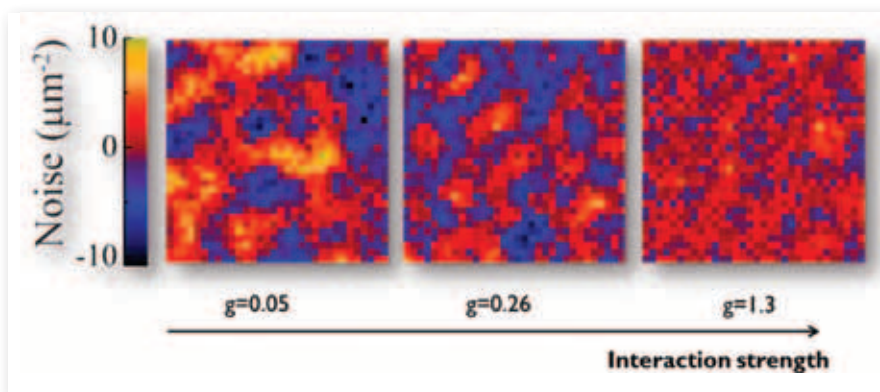


圖 6 原位密度測量 (in situ density measurement) 所顯示的原子密度漲落。由左到右分別是：具有弱耦合、中度耦合、強耦合的原子超流體。(圖取自 [19])

$$H = \begin{pmatrix} \frac{p^2}{2m} & \Omega \\ \Omega & \frac{(p+\hbar k)^2}{2m} \end{pmatrix}$$

其中雷射耦合 Ω 將這兩個帶有不同動量的不同自旋態混合在一起。如果把這個矩陣對角化，得到的本徵能量將與動量有關（與古典粒子不同），而且本徵態通常是兩種自旋態的混合。這個例子說明了原子氣體中自旋-軌域耦合的基本概念。

對量子系統的全盤掌握以及未來展望

我們可以把一般量子系統的漢密頓量寫成以下形式：

$$H = E_k(p) + V(x) + U(x)$$

其中 $E_k(p)$ 是動能， $V(x)$ 是位能， $U(x)$ 是交互作用項，而 x 跟 p 則是整個系統中所有粒子的位置與動量算子。本文所提到的三個控制鈕剛好分別對應到這三項：

- 費許巴赫共振控制交互作用項 $U(x)$ ；
- 光晶格控制外加勢阱 $V(x)$ ；
- 自旋-軌域耦合控制動能 $E_k(p)$ 。

如此一來我們可以完全控制整個冷原子系統！重要的是，上述各項都可以透過標準技術，由外部進行精確調控。這些特性使得冷原子能夠進行其他系統的量子模擬。本文已經介紹冷原子對其他物理領域產生巨大影響的三個重要例子：BCS-BEC 交越（凝態物理）、葉菲莫夫分子（核物理）、以及超流體-絕緣體相變（凝態物理）。除此之外，近年來還開發出許多新應用，包括：

- 量子資訊處理
- 宇宙學及重力的量子對應
- 量子磁學
- 遠離平衡態的量子動力學

在芝加哥大學，近來我們首度進行了早期宇宙演化 [21] 以及鐵磁域（ferromagnetic domain）動力學 [22] 的模擬。我們也持續研究量子資訊方面的新構想，以及探討模擬高能物理模型的可行性。我

相信還有更多的可能等著我們去發掘。我們也亟需充滿創意的年輕人才加入探索這個嶄新的量子模擬領域。∞

本文參考資料請見〈數理人文資料網頁〉<http://yaucenter.nctu.edu.tw/periodical.php>

譯者簡介

陳勁豪 臺大物理系畢業，紐約州立石溪大學物理學博士，曾任科景新聞網（www.sciscape.org）總編輯。現為臺大梁次震中心助理研究員。

延伸閱讀

► 雷射致冷與原子捕捉可參考英國德倫大學（Durham University）物理系原子與分子物理研究小組的介紹文章：

http://massey.dur.ac.uk/resources/grad_skills/LaserCooling.pdf

► 關於 2001 年諾貝爾物理學獎與 BEC，可參考成功大學蔡錦俊教授發表於《科學發展月刊》349（2002）的文章：

http://ejournal.stpi.narl.org.tw/NSC_INDEX/Journal/EJ0001/9101/9101-08.pdf

① 由六邊形和三角形混合組成之晶格。