

# 猶存俠骨齊夷意（下）

## 悼亞歷山大·格羅騰迪克

聯合編輯：亞丁（Michael Artin）·傑克森（Allyn Jackson）·曼弗德（David Mumford）·泰特（John Tate）

亞丁是麻省理工學院的數學教授。曾獲沃爾夫獎、美國國家科學獎。

傑克森是美國數學會訊 *Notices* 的責任編輯。

曼弗德是哈佛大學與布朗大學的退休教授。曾獲費爾茲獎、麥克阿瑟獎、沃爾夫獎。

泰特是哈佛大學與德州大學奧斯丁分校的數學教授。曾獲沃爾夫獎、阿貝爾獎。

## 里滕鮑恩（Stephen Lichtenbaum）

里滕鮑恩是布朗大學的教授。

格羅騰迪克（Alexandre Grothendieck）第一次訪問哈佛是在 1958 年秋，我當時還是大學部的學生。他的課程講授的是層上同調群（cohomology of sheafs），雖然我嘗試要跟上，但是為時很短也聽不太懂。他是一個很戲劇性的人物，頂著光頭，身著高領毛衣。課上所有人都能感受到，某種令人震撼的東西正在發生中。

當格羅騰迪克再度回到哈佛，已經是 1961 年秋，這時我已經是研究生，準備也充分得多。在上個學年度，泰特已經開過一門講概形（scheme）理論（那時稱為「預概形」）的課。在美國甚至其他地方，這很可能是首次介紹這個理論的課程。那一年，格羅騰迪克隻手翻捲出一輪數學活動的旋風。他主持兩個討論班，內容是關於局部上同調群與畢卡概形（Picard scheme），還帶了一門課，討論概形之間映射的局部性質。我們這些學生經常說，他寫出新數學理論的速度比我們研讀得還要快。

在他的課上，格羅騰迪克幾乎每天都先將黑板擦乾淨，隨即在黑板先寫上  $X$ ，表示某個概形，然後從  $X$  畫一道往下的直線，標上箭頭，在線旁寫上  $f$  表示映射，接著在下方寫上  $Y$  表示另一個概形，是從  $X$  發出映射  $f$  的目標。有一天，佛嘉提（John Fogarty）早到了，他擦黑板再模仿格羅騰迪克寫上  $X$ 、 $f$ 、 $Y$ 。格羅騰迪克進到教室看了看黑板，笑了一下，然後就跟先前一樣，先擦黑板，再繼續寫下  $X$ 、 $f$ 、 $Y$ 。

格羅騰迪克很容易親近，非常喜歡談論數學。



格羅騰迪克在法國的據點。他從「鄉下」蒙貝里耶到巴黎，轉到南錫研究所做出傑出研究，接著開創他在巴黎 IHÉS 的黃金時代。1970 年他離開 IHÉS 與數學，後來回到蒙貝里耶大學，住在維萊坎。1990 年代退隱於拉塞赫。

我當時正在思考代數解形上的連貫層（coherent sheaf）上同調群，發現了底下的問題——「 $d$  維不可約解形（irreducible variety） $X$  的完備性」，是否和「 $X$  上存在一連貫層  $F$ ，且其  $d$  維上同調群非零」等價。在曲線上，這已知是正確的，算是好的開始。但在下手開始研究之前，我想最好先到休息室找格羅騰迪克問問這是不是已知的結果。格羅騰迪克指出，射影平面扣掉一點也許是反例，我告訴他我知道這個情況的結果，於是他說他必須想想看。兩天後，他又在休息室碰到我，很高興的跟我說結果是對的，而且他已經證明出來了。事實上，證明是他局部上同調群討論班正在說明的性質的推論。然而為了補償我，這個結果有時就被稱為「里滕鮑恩定理」。



里爾克肖像。1906年，莫德索恩-貝克爾（Paula Modersohn-Becker）繪於德國不來梅。1907年，畫家早逝，里爾克以〈致友人的安魂曲〉悼念她。（維基）

格羅騰迪克可能是世上倡議「要以正確的方式去檢視事物」最偉大的代表。他強調光提出定理說明兩對象同構是不夠的，他認為這項同構必須是自然的，基本上這意味它必須是函子間的（functorial）。

他的定義和建構——希爾伯特概形、畢卡概形、格羅騰迪克拓樸（包括平展拓樸〔*étale topology*〕，晶質拓樸〔*crystalline topology*〕）、模諦論（*motive theory*）等等——將整個代數幾何轉變了，但這些想法有著更深遠的影響，遠遠不止於古典代數幾何。當初他發展平展拓樸，目的是構造特徵數  $p$  解形的上同調群，希望能夠滿足跡公式（*trace formula*）與龐卡赫對偶性質。然後再跟著威伊（*André Weil*）的思路，用於證明有限體解形上  $\zeta$  函數的有理性（*rationality*）。結果，它也成為研究數環（*number ring*）與數環上有限型概形不可或缺的工具。

能親聆格羅騰迪克的課程實在是無上的殊榮，他的研究資產，總能為我帶來莫大靈感。塞爾在給格羅騰迪克的一封信中裡，談到他「把問題包藏，並消融在一般理論汪洋漲潮水流間」的能力，比我們其他人都來得強。但是，我們其他人或許仍有別的梦想可以實現。

### 洛卡克（*Pierre Lochak*）

洛卡克是巴黎榆修數學研究所（*Institut de Mathématique de Jussieu-Paris*）的研究員。

### 橋樑交織的誘人迷宮

Tous les chevaux du Roi

Pourraient y boire ensemble...

所有國王的騎士  
還能一起飲水嗎❶

真的，正如你喜歡的這首童謠所言，泉水豐沛，足以讓國王整批馬隊在此飲水解渴。亞歷山大，你所留下來的這麼多，你總是衝在最前頭，從未衡量或儲備過什麼，直到離開這個你從來不真的擁有的世界——你後來將嘲弄提及的「偉大的數學世界」（*le grand monde mathématique*）。你不停地浪遊、籌劃、建築，從不念及其規模之大，終將注定成為穹頂坍塌的博韋大教堂（*cathedral in Beauvais*）；你又注重細節，不斷地整飭、配備、潤飾到最細微末節，最後只能將所有事情留給後人，只因你永不厭倦地準備迎向任何未知（*l'inconnu* 或 *das Unbekannte*），你僅有的眷愛。你對生命的期待是什麼？想要更多！當然，但是更多什麼？你看起來、說起來，其實和里爾克（*René Rilke*）截然不同，但這位你曾熱情翻譯的詩人，他〈杜依諾第八哀歌〉（*eighth Duino Elegy*）的開場白彷彿是為你而寫：

Mit allen Augen sieht die Kreatur  
das Offene. Nur unsre Augen sind  
wie umgekehrt und ganz um sie gestellt  
als Fallen, rings um ihren freien Ausgang.

生物睜大眼睛注視四周的  
空曠 只有人的目光  
如其逆反 將物圍圈

❶ 本文三段歌詞出自“*Aux marches du palais*”（宮廷的階梯），這是一首傳唱幾百年的法國民歌。

無不納入 恰如阻絕自由通道的圍牆 ②

除了你觸及神奇空曠的方式不是透過動物，而是你覺得很驚奇的特殊生物——幼兒（le petit d'homme）。也許是年代太不相同，而你比里爾克更有機會去思考嬰兒的意義。也許小摩西——如果不是小毛克利（Mowgli）——能夠以其肉身掌握到很接近的可能？但是你真的能全然自由不拘於那些圍籬嗎？嗯，是的，至少你是近乎自由的！

在你躲離世界的視線之前，你在這可悲的星球上度過生命的每一瞬間。畢竟曾有那麼多仙女守候在你的嬰兒床邊——除了其實並沒有嬰兒床，只有一條舊毛毯。你經歷了許多，享受了許多，忍耐了許多……你一切都做了。你的三大發現——引用你的話——按時間先後，分別是數學、女人、沈思。

Dans le mitan du lit,  
La rivière est profonde.  
就在床的中央  
河流深深流淌

河流深深流淌在河床中央，你的確品飲著我們的生命之泉，不克制而貪婪（goulûment）……，編寫著永無止境的書，永不厭煩於肉體之愉，對於蘋果總不饜足。說到數學，它與你如影隨形，根本是你的一部份。但是你公開承認的則是孤獨的天賦。話說回來，有個姿勢倒是你獨有的——無畏地指向明顯之物。仿射概形（affine scheme）是環的譜（spectrum），任何環都可以考慮，為什麼要畫地自限於「幾何環」，或者那些奇怪特定的東西。關於這個定義，你曾經說在你之前的人都不夠謙卑，沒有將所有條件都剝除。但是抱歉，亞歷山大，

在你的聲明裡還是有那麼點自負，自滿（fatuité）是你最可怕的內心敵人之一，是希臘神話中為禍難除的九頭蛇（hrdra）。或許你也忘了，用你那令人生畏的技術能力才得以誕生的理論，可惜對貧乏（驚懼？）如我等並非顯然。不過，讓我們別再模稜其詞。模稜兩可不是你的風格，爭論不是你的風格，辯證不是，沈思也不是，或許只有諾斯替教旨（gnosticism，靈知教派）才是你恆常的風格。讓我們開誠布公地說，聆聽你的近親也不是你的脾性，太親、太近、太擠了。或許這又你孤獨的天賦（有時是詛咒？）或許吧……。但是你相信我們的內心塞滿紊亂的知識，很像那知名的告誡，塵世財產讓富人無法穿過針的眼 ③。你並不會說「來，跟隨我。」而是「來，看看你的四周，聆聽靜默。」這樣整個數學世界就會在你眼前開啟。可是到了最後，那個世界——應該說，那個奇異的樂園——無法再滿足你，你認為曾經寫下最大膽數學創見的自己，依舊只見理知（intellectual），未見靈性（spiritual）。

於是你環顧我們的世界（此世，das Diesseits），所見讓你如此震驚。看看周遭！但你怎能聆聽所見的物事？！但你仍欲指向明顯之底蘊……那兒有你的使命，那是我們無法迴避的字眼，你就是得去發現，開始預言。但是我們怎能承擔所有這一切？漸漸地，你執纏於「祂」的無所不在，來自內心之魔——本惡（le Mal），它將緩慢甦醒，取得那令人怖懼，屬於撒旦（der Verfluchte）的特性。結果，你書寫的邪惡之問（Le Problème du Mal）卷帙浩繁一如你的數學研究。但你也見到上帝，優美地告訴我們這些偶遇的經過。雖然次數不多，卻如此可

信，令人無法忽略。撒旦存在，上帝亦然。他們的戰爭無時不刻，無所不在。戰爭有一天將會結束，但是此時此刻，撒旦已經而且想繼續——以狡詭的方式——在每一眾人身上保持上風。這樣的旋律打從兩千甚至三千年前就不時或聞，成為永遠漫遊於城市巷弄的潺潺低語，在每一眾人，或者，至少是絕大部分人身上。但你明確地列出了一些「變種」（mutant）。這些人（男人，你的名單上沒有女人，為什麼沒有你摯愛過的瑪德 [Marthe Robin] <sup>4</sup>）就像你，有任務尚待完成，這些變種被送到流淚谷 <sup>5</sup>，為了大突變做準備，就等待撒旦鬆懈控制的一刻。這些你讚揚的人，知名的從達爾文到克里希那穆提（Jiddu Krishnamurti），從惠特曼（Walter Whitman）到史岱納（Rudolf Steiner）與佛洛伊德，較無名氣的，從赫尼曼（C. F. Samuel Hahnemann）到噶拉斯給（Francisco Carrasquer）或梭爾維克（Eddie Solvik）。如果我正好想到數占術（numerology）——我知道有時你也有興趣，我會指出你提列了 18 位變種，正好是 36 的一半。而 36 是隱世義人（tsadikim）的數目 <sup>6</sup>，你的祖父知之甚稔，他們正是扶持我們世界的無名支柱。然而，你有可能被加入這份名單上嗎？

死神（der Tod）「她」（還是該寫成「他」）終於來帶走你。結果並不是被詛咒的撒旦（evil One、le Maudit、der Verfluchte），不是你說的那一位，翻轉此世成詛咒之地，讓眾意旋轉輪迴如木馬的那一位。最後，她安靜地踮起腳尖，一如以往的所作所為。不過我忘了，你從不在乎詩意（le lyrism）——套用你的用詞，其實你絕然厭惡任何它的痕跡，好像另一副應該撕脫的面具。那麼，就

讓我嚴肅一點。你交付她的方式，你直視她雙眼的方式，拒斥了最後油滑狡詐的話語。但願你終能長眠於你努力爭取、也絕對受之無愧的平靜。

Et nous y dormirions,  
Jusqu'à la fin du monde.  
我們將沉眠於此  
直到世界終結

## 梅哲（Barry Mazur）

梅哲是哈佛大學數學教授。

### 思及格羅騰迪克

在 1960 年代早期，格羅騰迪克的言談穩重而平靜。他微笑著提出數學概念，言語中是寬大的慷慨。他的雙足堅定立地，有時還打著光腳。格羅騰迪克與人往來有種透明感，他對人對事，都是直接感受，直接表達，常常帶著一點道德感。不過「道德感」這個措辭的調性不怎麼精確。一般人的感覺

<sup>2</sup> 譯註：Fallen 原意近於「陷阱」，姑從常見英譯 barrier，譯為「圍牆」，較貼近本文文意。

<sup>3</sup> 譯註：用「針的眼」喻極難或不可能之事，遍及猶太教、基督教、伊斯蘭教的經文。例如〈馬太福音〉第 19 章 24：「駱駝穿過針的眼，比財主進神的國還容易！」

<sup>4</sup> 瑪德羅賓（Marthe Robin，1902-1981）從 21 歲開始癱瘓，她自言上承天主之意，終生不食不睡，領受五殤，重現基督苦難。1988 年，格羅騰迪克曾效法她禁食瀕死。

<sup>5</sup> 「他們經過流淚谷，叫這谷變為泉源之地；並有秋雨之福，蓋滿全谷。」（《詩篇》84：6）

<sup>6</sup> 36 隱世義人（Tzadikim Nistarim，Lamed Vav Tzadikim）是猶太教神祕概念。根據《塔木德》，世上有 36 位義人迎接神現（Divine Presence）。據說只要義人不足此數，世界便會毀滅。

裡，道德訊息應該伴隨著嚴肅或可怖的音樂，但格羅騰迪克的意見與觀察，在傳達時是向上的、樂觀的，給人一種他看待事物是「全世界再沒有更簡單的方法了」的感覺。事實上，很多人都提過，格羅騰迪克從不正面牴撞障礙物，而是巧作安排，讓這些障礙甚至在他還沒靠近之前就已經溶解了。他或許會這樣說，要展示數學「正確之道」的方法，就是讓人知道在上面通行有多麼簡單。當然，這和格羅騰迪克在智識上嫌惡的另種「簡單」很不一樣，他有時帶著可怕的語氣說那是「潦草了事」（tourner la manivelle）。

對格羅騰迪克來說，簡單是最大的美德，不管是觀念、財產或食物都一樣。格羅騰迪克在畢悠（Bures-sur-Yvette）住的葛提昂宿舍（Résidence Gratien）公寓客廳裡，主要的擺設只有一座鐵鑄山羊雕塑，一甕油漬黑橄欖，一張擺放打字機、有點搖晃的小桌。在畢悠每週的市場日，你可以在去市場的路上，見到他帶著一大袋葡萄邊走邊吃，還大方跟你分享。

格羅騰迪克的好客程度十分令人訝異。他後來住在巴黎區域快鐵的馬西/弗里耶站（Massy-Verrière）附近，有次他邀了一整家需要住宿的人待到他家地下室，張羅他們的姻親，還幫忙裝了製作魚子泥沙拉醬的機器，讓他們可以做點小生意。

他訪問麻州劍橋時，有次正好路過一家購物中心，他唯一露出的聲音是維多利亞式的「我們走吧。」由此可知在 1960 年代，他對於數學之外的活動是多麼節制！結果就是，當時某些非數學經驗，反而對他產生啟示性的影響。有一天，他從巴黎回畢悠，說他看了 20 年來第一部電影《虎豹小

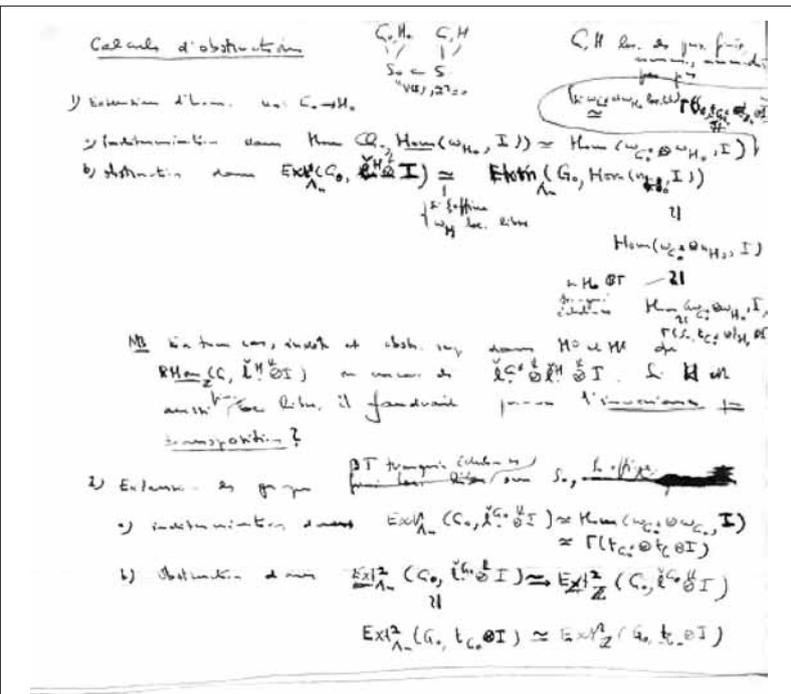
霸王》（*Butch Cassidy and the Sundance Kid*），很受其中的道德複雜性所打擊。至於非數學書，據我所知，在那個時期他唯一專摯閱讀的書叫做《猶太人史》（*History of the Jews*，我忘了作者是誰，甚至他閱讀的語言版本）。泰特則寫過，格羅騰迪克最喜歡的小說是《白鯨記》（*Moby Dick*）。

格羅騰迪克正式離開 IHÉS 之後，他還回來過幾次。那時，葛麗倩<sup>⑦</sup>和我會邀他到我們住的奧瑪耶宿舍（Résidence de l'Ormaille）房裡共進午餐。在這些聚餐裡，盤據他話題的主旨和寓意，都是他覺得數學是女妖之歌、令人分心，勸我應該解放自己，向更寬闊的自覺存在開放，我則是當場反駁他。

我和他之間關於數學的談話，就我現在記憶所及，大部份都是觀點問題的討論，從未言及特殊的情況（只有一次例外，討論的是數體代數解形的共軛複數化微分結構。）格羅騰迪克想傳達的訊息直接明白——只要站在正確的制高點，所有重要的結果就會水到渠成。他所追求的主要就是「正確的制高點」這個通觀數學的方式，至於因此所獲得的副產品，其重要性可能還在其次。

有人曾經說過格羅騰迪克是範疇論（category theory）的僅見天才。如果是作為描述格羅騰迪克觀點的粗略標記，「範疇論」這個字眼相當程度是正確的。

舉例來說，米田引理（Yoneda's Lemma）就扮演了重要角色<sup>⑧</sup>。米田引理斷言某範疇中的對象  $X$ ，由記錄此範疇中每一對象到  $X$  態射的函子所決定（在同構等價的意義之下）。或者用更感染性的說法，要了解一個數學對象  $X$ ，最好要連包圍  $X$  的範疇背景一起考慮， $X$  是被它與該範疇中所有對



象互動的關係網絡所決定。甚至這麼說，想更貼切理解  $X$ ，應該直接處理表現它的函子。這讓人聯想到維根斯坦 (Ludwig Wittgenstein) 的「語言遊戲」 (language game)，一個字詞的意義是被它與語言中所有話語的關係所決定，沒有別的了。

把對象視為函子來處理是格羅騰迪克的第二天性，但這只是最起碼的，他的觀點遠高於此。舉例來說，格羅騰迪克經常將數學對象  $X$  定義在它的所有可能變形系 (families of variations)  $X_t$  的脈絡裡 (例如寧取  $S$ - 概形而非代數解形)。格羅騰迪克的眾多創見之一，是讓我們能深刻理解，從一個對象的大域 (global) 觀點過渡到更局部的觀點——對象中的 locales——的意義；或者整個倒過來，從局部匯聚到大域。

以上這些文字，當然，幾乎談不上觸及格羅騰迪克的偉大，無論是他的人格，或是他曾教導我們的觀念。

### 梅辛 (William Messing)

梅辛是明尼蘇達大學的數學教授。

1963 年的晚秋，一位賓州大學剛入學的研究生朋友跟我提及格羅騰迪克的名字，他當時正在上夏

格羅騰迪克的演講手稿。梅辛說明如下：

在我的資料夾中，我找到 [格羅騰迪克給布巴基的辭函] (見 86 頁)，我還找到他 1971 年 6 月 22 日在法蘭西學院演講的手寫筆記，其中他證明了巴索迪 / 泰特群與截斷 (truncated) 巴索迪 / 泰特群都可無窮小提升 (infinitesimally lifted)。這個定理是基於形變理論證明出來的，那是易路齊 (Luc Illusie) 在他的博士論文第二卷〈餘切複體和形變〉 (Complex Cotangent et Déformations II) 中發展的主題，我的博士論文〈與巴索迪 / 泰特群有關的晶質——在交換概形的應用〉 (The Crystals Associated to Barsotti-Tate Groups: With Applications to Abelian Schemes) 也有關鍵性的應用。

茲 (Stephen Shatz) 的課。我立刻購買 EGA 第一章<sup>9</sup>，完全忽略書頁上的忠告：「我們推薦讀者可參考第零章……」雖然這本書頗有難度，我在接下來一年半仍然持續閱讀。

在普林斯頓大學讀研究所時，我很幸運和數學系圖書館員肯尼 (Anne Kenney) 關係不錯。她的辦公室放有以 PamC 編號的藏書，都是未出版或不常流通的討論班與課程講義。就我所知，其中很多在巴黎和麻州劍橋之外都無法取得。她嚴密守護這些收藏，但允許我從容借閱，其中包括分開裝訂的小書冊，藉此我接觸了 FGA、SGA1、SGA2、SGA3 (時為 SGAD)、SGA4 (時為 SGAA)。

我第一次見到格羅騰迪克是在 1966 年初秋，當時他在賓州哈弗福德學院 (Haverford College) 發表了三場演講。第一場比較基本，不過中場休息時，我無意間聽到大學部學生的對話說：「他為什麼不停止胡扯，趕快定義體 (field)。」在第二場演講裡，他稱德利涅 (Pierre Deligne) 是「聰明年輕的比利時人，他證明了連貫拓樸態 (coherent topos) 上有足夠多的點。」第三場演講則是詮釋

<sup>7</sup> 譯註：Grace Dane (Gretchen) Mazur 是梅哲的妻子。

<sup>8</sup> 譯註：米田信夫 (Nobuo Yoneda) 是日本數學家。

<sup>9</sup> 譯註：常用縮寫：FGA (Fondements de la Géométrie Algébrique)、SGA (Séminaire de Géométrie Algébrique)、EGA (Eléments de Géométrie Algébrique)。

他 1966 年給泰特的比薩信函，其中談及晶質概念，以及它與巴索迪 / 泰特群 (Barsotti-Tate group) 關係的猜想。當時這場演講我聽得迷迷糊糊，一直要到 1967 年夏天，在緬因州鮑登 (Bowdoin) 學院舉行的代數幾何會議裡，小田忠雄 (Tadao Oda) 把格羅騰迪克致泰特信件的重複本給卡茲 (Nicholas Katz) 和我，包括其中令人訝異的「用詞說明」，這才為我的早期研究方向帶來一線曙光。

1970 年 7 月，在蒙特婁大學有一個代數幾何的夏季會議，提供了四個系列的演講，講者分別是亞比揚卡 (Shreeram Abhyankar)、亞丁、格羅騰迪克和永田雅宜 (Masayoshi Nagata)。我幾乎把所有時間都投入格羅騰迪克關於巴索迪 / 泰特群的演講並與他討論。

1970 年 7 月 20 日，也是「生存」(Survival) 組織與運動的誕生之日。我的政治立場在當時與日後始終都是極左派，這個組織反對核武與環境破壞的工團主義取向非常吸引我。於是我成為「生存」在北美洲的財務。我的妻子麗塔和我邀請格羅騰迪克共進晚餐。蒙特婁有不錯的猶太食物，我們這一餐上了貝果、奶油乳酪、燻鮭魚、鱒魚，格羅騰迪克滿心喜悅，他說他記得小時候在柏林吃過貝果，此後就沒再吃過。在李伯曼 (David Lieberman) 的要求下，格羅騰迪克多給了一場關於模諦 (motive) 的演講，原訂時間是一小時，結果超過三小時。在這次演講裡，格羅騰迪克很仔細描述了關於歐格斯 (Arthur Ogus) 絕對泰特閉鏈猜想 (absolute Tate cycle conjecture) 的變形敘述，亦即泰特閉鏈應該是代數閉鏈，並且說比起赫吉猜想或泰特猜想，他對這個敘述更有信心。

1971 年 1 月，我到加拿大京斯頓 (Kingston) 拜訪格羅騰迪克，當時他正在皇后大學做系列演講。我在他的小房間待了三天，討論我將完成的論文、其他數學，以及「生存」。我們還開著我的 1964 年別克，去訪問傑密森 (Alex Jamieson)，來回開了六個小時。傑密森是一位易洛魁 (Iroquois) 印地安運動者，住在紐約州西北方的保留區。當時傑密森正從事一項抗議政府違反協定的抗爭，格羅騰迪克想深入理解這件事，看看「生存」能否協助傑密森。傑密森邀請我們到他家晚餐，他們的家境婉轉點說實在並不寬裕，當天的晚餐是罐頭湯，裡面豪邁加了些炸豬油乾。格羅騰迪克當時吃素，委婉地沒有進食。我則是盡最大努力吃了一些。

1971 年 4 月 12 日，格羅騰迪克來到普林斯頓大學，發表一場關於拓樸態以及拓樸新基礎的演講，另一場則是關於「生存」與科學家的責任。第二場演講引起火熱的討論，有些參加者認為格羅騰迪克應該繼續專心證明定理。13 日，弗萊蘭德 (Eric Friedlander) 和妻子蘇珊邀請格羅騰迪克、葛里菲斯 (Phillip Griffiths) 伉儷、朗 (Serge Lang)，麗塔和我共進晚餐。格羅騰迪克告訴我他週二禁食，彷彿大家早該知道。儘管如此，晚餐時他還是到了，只是沒有吃東西，用一個大大的微笑，問朗還有艾倫伯格 (Samuel Eilenberg) 是否結婚了。

該年 5 月完成博士論文考試後，我和當時懷孕九個月的麗塔，以及我們的聖伯納犬「匕首」一起旅行。我們到達 IHÉS 的時間是 1971 年 6 月 6 日，預計訪問半年。那一週，格羅騰迪克邀請我們到他在馬西 / 弗里耶站的家晚餐。我們見到他的妻子米

荷莉 (Mireille) 以及三個小孩。由於麗塔的法文不靈光，我們用英文交談，格羅騰迪克和米荷莉彼此糾正發音，我們則試著保持中立。

6月8日和15日，我參加格羅騰迪克的法蘭西學院演講，不過6月22日那次卻沒法到場，因為就在那一天，我們的小孩查理斯在巴黎諾伊 (Neuilly) 的巴黎美國醫院出生了。當天傍晚，格羅騰迪克因為我沒去聽講打電話給我，我跟他說明原因，他隨即恭喜我們。幾天後，他出現在我們奧瑪耶的住所，送給查理斯一整套嬰兒服，還一邊說是米荷莉選的，因為她比他更專業。

那個夏季，我每週二晚到格羅騰迪克家參加「生存」聚會。在8月初法國傳統大假期 (vacances)，我帶我父母到他家拜訪，見到了他在鄉下 (dans la campagne) 的家族，格羅騰迪克是很好的主人。那年秋天，「生存」的會議地點包括格羅騰迪克家與他在巴黎的公寓，那時薛瓦雷 (Claude Chevalley) 和山姆爾 (Pierre Samuel) 都固定與會。

1972年夏天，我們又在IHÉS相聚。7月13日我接到格羅騰迪克一通電話，當時他和賈絲汀 (Justine) 正待在朋友的公寓，他邀我一起過去。聊天時，我發現格羅騰迪克愈來愈沒耐性的看著賈絲汀，她小心翼翼正努力想打開塑膠桶裝牛奶的錫箔封紙，兩人之間情勢緊繃，最後格羅騰迪克用拇指戳破封紙解決了問題，賈絲汀也終於能喝到牛奶。由於篇幅限制，某些故事請參傑克森的文章。(見《數理人文》第二期 65 至 68 頁〈瘋狂的七十年代〉一節)

讓我以《收割與播種》 (*Récoltes et Semailles*) 的簡短討論與我的回應來收尾。自從 1985 年 11

月第一次讀到這套書，我就強烈感覺到如果要討論這本著作，紀德 (André Gide) 說的「請不要太快理解我。」 (please do not understand me too quickly) 是很必要的態度<sup>10</sup>。馬盧格宏日 (Bernard Malgrange) 當下的反應是「求導數時不必每次都要徵引牛頓。」很精確卻無關宏旨。格羅騰迪克這趟 (自我) 覺醒的旅程和我所知的其他文本都不相同。它既是格羅騰迪克痛苦的激切嘶喊，同時也是他對自己，以及他與別人 (尤其是數學家) 互動關係一絲不苟的細微反省。我經常閱讀它。

讓我引一段文字，這是 2015 年 2 月 6 日在我研究室找到的，標題是「反思數學——格羅騰迪克著」<sup>11</sup>，撰寫日期是 1985 年 12 月 13 日：

在 12 年的緘默之後，作者著作成熟的時機來臨了，他的願景與風格都已面目一新。在這兒，是一名探險者的旅程日誌——正是藉由這一寫作活動而持續不斷——其中偶而包含對旅行 (也有旅人，以及圍繞他的繁複世界) 的反思，針對這一趟根植於生活的熱情冒險，如實重現其本性。

<sup>10</sup> 譯註：語出紀德的散文集《秋葉》 (*Feuillets d'automne*)

<sup>11</sup> 譯註：原文是 "Réflexions Mathématiques, by Alexandre Grothendieck"，作者特別提醒格羅騰迪克名字拼法是 re 不是 er。

## 曼弗德 (David Mumford)

參見編者簡介

### 憶格羅騰迪克

我從 1950 年代開始學數學，既喜愛它清整幽雅的基礎理論，也喜歡它所繁衍的各式各樣建構，像是奇妙的動物園。

其中，代數幾何當時的建樹相當多，但是它的基礎卻是一片混亂。查利斯基 (Oscar Zariski) 和威伊知道，古典幾何必須和代數的威力以及數論的挑戰匯流，但是他們兩人所構造出來的卻是像郭德堡機器 (Rube Goldberg machine) 的系統。結果格羅騰迪克的概形和函子像一陣清風般翩然入場。很顯然，他的想法是對的。

然而格羅騰迪克本身就是個風暴。底下是他 1959 年訪問哈佛的兩個小故事，足以側寫他的為人。首先，他毫不拘於陳規。第一個故事我在哈佛檔案中已經找不到，因此無法確認。但是我很清楚記得查利斯基告訴我們，他在安排格羅騰迪克來訪的事情上碰到麻煩。當時進入美國的人，必須宣示不會煽動革命，但是格羅騰迪克拒絕了。格羅騰迪克建議，他可以在監獄裡和我們繼續合作，只要官方同意他帶夠書本並且可和訪客交流。幸好後來他們找到別的解決方案。格羅騰迪克總是走他自己的道路。另一個例子發生在印度孟買，主人帶我們造訪象島知名的雕塑。結果他卻失蹤了，離隊去探察當地的漁村。對他來說，活生生的生活比沒有生命的石頭要有趣多了。

其次是格羅騰迪克全然奉獻於自己的研究。學生看在眼裡，把它寫入聖誕短劇。戲裡，一名學生問



1960 年代，格羅騰迪克在 IHÉS 的大廳演講 SGA。(IHÉS)

不知其名的教授，是否可以開個討論班解釋某某理論。教授說「好啊。」不過他逐小時檢視，卻發現整個禮拜的時間都不行。最後他說：「星期日 11 點如何？」要理解這有多好笑，你得置身於 1950 年代的美國，當時每個敬畏上帝的靈魂，週日 11 點一定都在教堂裡！學生知道這就是格羅騰迪克強烈的工作態度，不論是寫作還是上課演講，他無時無地不在研究，而且隨時準備好向他人解釋自己的想法，或和他一起做研究。

說到他的討論班，我從來沒見過有人在黑板上能寫得那麼快、那麼流利又明白可讀。有位中國學生告訴我，這在中國稱為「草書」，是一陣陣風吹拂草地的痕跡。在他的手書裡，你可以感覺到他的思路疾馳的速度。雖然這相當能激勵人心，但我的疑問是他每次重述他的理論時，總會再把理論推廣一點——「為什麼要諾特條件 (Noetherian)？」、「為什麼需要分離條件 (separated)」等等。

就我個人而言，我需要一個堅實的位置，作為代數幾何的根據地。如此才能不必擔心理論要做太大的延伸，最後落到沒有實例可以充作路標的處境。另一方面，亞丁、廣中平祐 (Heisuke Hironaka) 和我在查利斯基的訓練之下，擁有一缸子來自恩利奎斯 (Federigo Enriques) 《代數曲面》(Le

1961 年的格羅騰迪克。(感謝 estate of Friedrich Hirzebruch 提供照片)



*Superficie Algebriche*) 的實例，因此我們成為討論班的達人，當格羅騰迪克需要知道某個猜想是否有簡單的反例時，可以幫忙解決問題。我們所獲得的獎賞，是他在給我們的信件裡，寫下他嶄新概念的美好說明。

1968 年春，我訪問 IHÉS 並參加格羅騰迪克的課程。美麗的演講廳以玻璃為牆，座落於花園和瑪麗森林公園之間，在這牧歌般的環境裡我學習法國口語的數學(“ash-uhn de eegrek”，即  $H_1(Y)$ )。不過那時候，格羅騰迪克的視線已經超出密不透風的數學世界。例如為了向當年越南人的所作所為致敬，他開始一週禁食一天，包括他邀我和妻子共進晚餐的某一天。從中可以感受到他的「原理」(*Éléments*，指 EGA) 之路開始出現分叉，永無完成之日，後來果真如此。

我真希望能和格羅騰迪克有更密切的私人關係，能夠更清楚理解那一系列占據他心靈的精神追尋。我從沒見過任何人像他那麼深刻和熱情。

## 穆厄 (Jacob Murre)

穆厄是荷蘭萊登大學 (University of Leiden) 的退休數學教授。

我第一次見到格羅騰迪克是 1955 年在芝加哥大學，他應邀演講。再下一次，是 1958 年在愛丁堡舉行的世界數學家大會 (ICM)。在這兩次場合，我和他的接觸都很表面。

1959 年春，後來成為 IHÉS 院長的庫伯 (Nico Kuiper) 當時還是荷蘭瓦赫寧根大學 (University of Wageningen) 的教授，他邀請格羅騰迪克蒞校演講，演講後庫伯邀我們到他家，這一次我和格羅

騰迪克討論了很久。

當時大家對於畢卡解形 (Picard variety) 很感興趣。松阪輝久 (Teruhisa Matsusaka)、威伊、周煒良以代數方法構造畢卡解形。但井草準一 (Jun-Ichi Igusa) 在特徵數為

正的情況，發現一些神祕的怪現象。格羅騰迪克知道這些事實。我問起他的新概形論，是否能夠解釋這些行為甚至消除怪象。他告訴我他還沒認真思考過這個問題，因為畢卡理論要到 EGA 的第 12 卷 (原語照錄!) 才會處理。不過他說他當然會解決這些問題。我當時沒多說，其實心中十分懷疑。然而如今大家都知道，格羅騰迪克實現了他的承諾，完全釐清這個課題。

不過那當然不是在 EGA12 裡，而是在他 1962 年兩次美妙的布巴基演講中。他構造了畢卡概形，不但具備所有的良好性質，而且也對畢卡解形的怪異行為給出清楚的解釋。

早在 1958 年，我對格羅騰迪克的愛丁堡 ICM 演講就很驚豔。但我是威伊的學生<sup>12</sup>，一想到我在學習威伊代數幾何「基礎」投入的所有努力，就不免遲疑是否要「從威伊轉到格羅騰迪克」。最後，我

<sup>12</sup> 可參看森波 (John Semple) 與羅斯 (Leonard Roth) 合著的 *Introduction to algebraic geometry* (1949)。

<sup>13</sup> 譯註：郭德堡機器 (Rube Goldberg machine) 是一種目標簡單，卻設計過度複雜的機器。出自美國漫畫家兼發明家郭德堡。後來被引申為過度複雜的系統。

<sup>14</sup> 我在 1954-56 年拿到芝加哥大學的獎學金，跟威伊學習代數幾何。

決定直接問威伊本人的意見。我很推崇威伊，也很確定他會給我正確的忠告。那時威伊已經轉職到高等研究院。我在 1960 年春天到普林斯頓拜訪他。在一趟研究院周邊森林的散步裡，我徵詢他的意見。威伊跟我說：「格羅騰迪克非常強，他做到了『我們沒人』能完成的事情。」威伊的忠告很清楚（也很偉大！）於是我開始學概形，這又是另一個新基礎！

格羅騰迪克邀請我到 IHÉS 去。我第一次去是 1962 年，從 1 月到 6 月。那時候，格羅騰迪克的討論班（SGA2）還在巴黎舉行，底下是一些那段時間裡的點滴。

只要我在演講之前到場，十之八九塞爾已經在廳中和格羅騰迪克熱烈討論。丟東涅（Jean Dieudonné）會出席，還有聶洪（André Néron），他也是 IHÉS 那年的訪問學者，在場的當然還有些法國學生和外國人。頭幾個禮拜，在格羅騰迪克的演講之後，聶洪會接著報告他的「聶洪模型」。

格羅騰迪克總是很忙，要跟塞爾或他的學生討論，因此週二的討論班日，我和他沒什麼機會交談。但是格羅騰迪克會邀我到他家討論，當時他住在巴黎雅特島（Île de la Jatte）附近，我曾經造訪過幾次，也在那裡見到他的家人。

這些拜訪都是我一個人去，因此有完整的機會問他問題。不管我的問題對他來說有多簡單，格羅騰迪克總是很有耐性的回答。當然，我經常請他解釋他的一些研究，這些研究在最後出版時往往變成非常龐大的普遍性理論。但是當格羅騰迪克為我解釋時，總是從某個自然而具體的問題出發，於是接踵而來的步驟就變得可解而合宜。能夠聽到格羅騰迪

克解釋他令人讚嘆的想法，見識到他的卓越心智如何解決問題，實在是很棒的經驗。從最開始的巴黎，到後來的畢悠和馬西，我到他家的拜訪都很美好。這是我的數學回憶裡最珍視的部分。

我最先問他的問題包括，為什麼發展出概形的理論，畢竟代數解形已經是（也依然是！）美好的理論，充滿深刻的定理與挑戰的問題。所以為什麼還需要概形？格羅騰迪克的回答如下，他說冪零（nilpotent）元素是自然而然出現在代數幾何的，忽略它們——亦即抹除它們——不免矯揉造作，這種粗暴的割棄只會帶來混淆和病態。相較之下，如果把冪零元素考慮進來，這些病態就會不藥而癒。更甚者，冪零元素還提供了解決問題的有力新工具。

他的回答讓我大開眼界！格羅騰迪克發展概形論不是為了推廣而推廣，而是他的確看到了如果想理解代數解形，就需要概形，這就是他為何發展概形論的原因（至少之一）。他真是再正確不過！只提一個例子，想想前述正特徵數畢卡解形的問題，為了理解到底問題源由何在（對一般解形也是），我們需要畢卡概形。而且若論及冪零元素的威力，可以想想格羅騰迪克絕妙的方法，他透過冪零元素將代數曲線提升（lifting）到特徵數零的情況，於是研究正特徵數代數曲線的代數基本群（fundamental group）。

就我看來，格羅騰迪克研究數學的主要策略，就是將問題放在自然的架構與脈絡之中。這經常需要推廣原來的問題，但是推廣本身不是主要目的。

眾所周知，IHÉS 在 1963 年遷到畢悠，於是格羅騰迪克一家也跟著搬到畢悠，後來又再搬到馬西。在 1963-69 年間，我定期往訪 IHÉS，不過通常只

停留短時間。這段作客的期間，我和格羅騰迪克的討論大部分集中在可表現性（representability）與代數基本群。

我最後一次到他家拜訪，是 1969 年在他馬西的寓所。一如以往，我問他威伊猜想當時的狀況。當時，他說如果這些「年輕人」（他提到德利涅和邦比耶里〔Enrico Bombieri〕）能解決這個問題，他絲毫不感意外，因為他認為只需要一個新點子，就足以克服其中的困難。現在我們知道他是對的，只是這個點子和他的期待相去甚遠！

我最後一次親身見到格羅騰迪克，是在 1970 年的尼斯 ICM。當時他的興趣已經從數學轉往生態學和「生存」。我曾和他一起參加過一次「生存」的活動，並在會後散步回家。我告訴格羅騰迪克我的印象：會中有一大部分人根本不贊同他的理想主義，他們之所以圍繞他只是基於他的名聲光環。當然，他斬釘截鐵的否認了。

1970 年後，我仍和他保持通信，但不很頻繁，有時甚至中斷一年以上。信中充滿友誼，不談數學，只說些日常的泛泛之事。我在 1991 年他退隱庇里牛斯山後，和他失去聯繫。

當然，我崇敬格羅騰迪克是 20 世紀最偉大的數學家之一，不過我的推崇還包含一些別的東西，像是他對人類未來誠摯的焦慮，堅持原則的反對軍國主義，維護信念拒絕妥協，以個人隻身承受了所有的，而且許多是很難堪的後果。

我希望能夠——而且也確實如此——將他在巴黎和畢悠時的身姿風範長留在我的記憶中。他是一個天才，慷慨、友善、樂觀，而且生氣勃勃。我很幸運能遇見並認識他。

## 波依納魯（Valentin Poénaru）

波依納魯是南巴黎大學（巴黎第 11 大學）的退休教授。

格羅騰迪克對我來說永遠都叫舒立克（Shurik）。他做數學的方式獨一無二。正常數學家是從已知的例子，由下往上做，他卻恰恰相反。針對某個數學問題，舒立克會先嘗試尋找敘述該問題必要的正確抽象層次，他稱之為「正確層次」（le niveau juste）。就他而言，「邏輯正確」和「道德正當」基本上是同義詞。

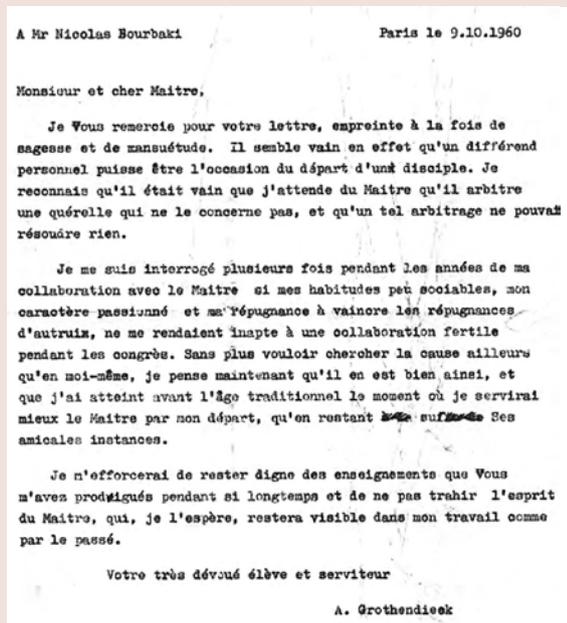
當舒立克面對一個數學問題，最重要的——而且就他來說最困難的——是辨認出在其恰當抽象層次的正確敘述。然後，證明就只是理所當然，會自然而自由的水到渠成。

底下讓我隨意摘錄一些他的說法。「解決數學問題不是用鐵鎚去敲開核桃，反而該像糖一樣在茶中慢慢溶解。」「有時試著忘掉看似困難的問題，讓它潛藏在你的心中，等待果熟蒂落。」「任何時間都不要只研究單一問題，你可能只會在同一點瞎忙瞎繞，從此不得前進。」

關於格羅騰迪克的風格，我和朋友在不同時間做過這樣的比喻。「通常，數學家像是在未知地景中沿著狹窄小徑前行，追索著美麗的風景或珍貴的寶石。而一旦舒立克想到某處去，他就開始打造公路。」「想要跨越兩峰之頂，有些數學家也許會建造一座險橋，而舒立克則是填平兩峰相隔的空間。」

只有格羅騰迪克才能運用這種方法，就我所知，沒有其他人成功過。很顯然，這種手法非常耗神費心。我很確信，就在某個時刻，他對這種做事方式

## 格羅騰迪克退出布巴基的辭函



1960年，格羅騰迪克退出布巴基的辭函，這是梅辛提供的複本。譯文如下：

致尼可拉斯·布巴基先生  
1960年10月9日於巴黎  
親愛的先生與我親愛的大師

我很感激您的來信，來信充滿智慧和寬容。確實，只因個人意見不同就造成門徒遠離似乎小題大作。但我意識到，等待大師來仲裁一場我不關心的爭議，而這場仲裁又解決不了什麼事，那麼此事其實沒有意義。

在我與大師合作的這些年來，我曾多次自問，我的缺乏社交手段、我充滿激情的個性、我的厭惡克服別人的厭惡，是否使得我並不適合在我們會面時完成豐盛的合作。我不想再去摸索除了自己之外的其他動機。因此儘管這個時機比傳統年齡為早，我覺得這是更好的方式，讓我寧願以離開來敬侍大師，而非在您親切的堅持下滯留下來。

我會致力守護您長久以來對我的慷慨教導，決不違背大師的精神，讓它長存於我的未來研究，就跟昔日一樣。

您摯誠的學生與僕人  
格羅騰迪克

感到厭倦了。這種疲累，加上我不想多談的個人問題，致使他離開數學很長一段時間。

多年之後，第二代的格羅騰迪克再度現身，數學風格已經不再那麼形式化。這段期間，他雖然很少發表什麼作品，但是他的研究再度對數學造成重大

影響，很可能也及於物理學。

在這裡，我只對他最後的工作——童畫（dessins d'enfants）——說幾句話。這項研究是純粹奇珍，完全出人意料。只用上絕少的條件，曲面上一幅連通圖（connected graph）可典型對應到一個數體（number field）。黎曼（Georg Riemann）、懷爾斯查司（Karl Weierstrass）、戴德金（Richard Dedekind）會愛死這個概念。這項發現完全符合他們的風格，但一直等到舒立克才被發掘。

再來，我想談舒立克的另一個面向。時間得回到1969或1970年的10月，在我生日那天，我的妻子米嵐（Milen）籌辦了一場小型派對，邀請我的幾名老友參加，包括舒立克和他的妻子米荷莉，以及我的童年好友杜密崔斯庫（Mircea Dumitrescu，即下文的密爾修），他那時才剛從羅馬尼亞逃出來。由於對舒立克和密爾修來說，他們的第一次見面饒富意義，讓我稍微談一下密爾修。他本來是一位非常優秀的醫生，後來大轉向改研究分子生物學領域。他和生態領域關係不大，也談不上志行高尚。他的確對分子生物學滿懷熱情，但除了人類這個物種之外，他對植物和動物的興趣都很少。

不過密爾修人很聰穎，而且出乎我意料的，他和舒立克一見如故，建立很深厚的友誼。密爾修很快就讓舒立克相信他忽略了一些重要議題，也就是遺傳物質DNA、RNA以及蛋白質豐饒的複雜性，而這些都意味著生命。

格羅騰迪克邀請密爾修到IHÉS訪問四個月，目的就是要向他學習分子生物學。密爾修來訪並發表一系列優美的演講。除了舒立克之外，參與的人包括布里斯孔（Egbert Brieskorn）、梅哲、盧埃勒

(David Ruelle)，當然還有我，以及一些偶而出現的訪者。

結果我們都很驚訝，首先是舒立克竟然對數學之外的任何科學全然無知，接著是訝於他快速跟上的速度。我相信就是源於這次和生物科學的接觸，讓舒立克發展出他關於地球資源脆弱性的態度，並開始構想他稱之為「生存」的運動。

基於這個想法，舒立克強烈呼籲他的數學界朋友應該停止做數學，與他一起加入他的新使命。而且他真的很難妥協，所以我從 1970 年代初之後，就愈來愈少見到他。

他和密爾修繼續保持篤厚的友誼。不過密爾修的一生其實是場悲劇。他擁有一些宏大而華麗的研究計畫，但也就這樣，都是些未完成的計畫。

密爾修是一個老菸槍，1987 年夏他因此死於肺癌。在密爾修死前兩週彌留之際，舒立克曾去陪伴老友三天，為他的來世做準備。當時我人在國外，後來聽密爾修的母親說，舒立克曾在密爾修病榻前進行某種可能是佛教的儀式，包括禱告、焚香、聖舞。

舒立克是魅力十足的人，具有十分強大、複雜且令人印象深刻的人格。在我內心，經常把他與杜斯妥也夫斯基小說中的主角相比倫。

在相當程度上，舒立克當然屬於某種法國數學傳統，他和布巴基之間有很深但也很衝突的連結，但最重要的是，舒立克就是他自己。絕大部分的法國數學家如果不是出自巴黎高等師範學校，就是巴黎綜合工科學校，但舒立克從來和這些菁英無緣。就某種意義而言，他總是一個孤單的外來人。當然，他總是拒絕別人試圖頒予他的榮耀。

格羅騰迪克辭世讓我們失去一位數學巨人，也失去一位偉人。

## 史涅普 (Leila Schneps)

史涅普是巴黎朱西厄數學研究所的研究員。

### 超越自我的格羅騰迪克

耶和華說：「你出來站在山上，在我面前。」那時耶和華從那裡經過，在他面前有烈風大作，崩山碎石，耶和華卻不在風中；風後地震，耶和華卻不在其中；地震後有火，耶和華也不在火中；火後有微小的聲音。

〈列王紀上〉19:11-13

我經常聽到別人說，格羅騰迪克的下半生瘋了，他陷入瘋狂，幾千頁荒唐的胡言亂語如泉湧而出。雖說在法國這種情況的確比較可接受，畢竟擁有拉岡 (Jacques-Marie-Émile Lacan) 的法國，將精神分析提升到哲學藝術的高度。由於格羅騰迪克相信自己的數學遺產被他認定的繼承人給故意埋葬，有人就說：「瘋了，一切都瘋了，他是妄想症。」(Il était fou, Tout ça c'était de la folie. Il était paranoïaque.)。由於他聽到自己體內的嘶喊，有人就說：「他是精神分裂。」(Il était schizophrène.)

但在下診斷與使用令人安心的醫學詞彙之前，很值得先問問，運用這些話語的誘惑從何而來？我有

<sup>15</sup> 譯註：Master 可譯為大師、主人（或師父）。就文意來看兩者皆有，姑且譯為大師。

<sup>16</sup> 譯註：但根據 Winfried Scharlau 所寫的格羅騰迪克傳記，格羅騰迪克先在羅馬尼亞認識杜密崔斯庫，在波依納魯家是他們的第二次見面。



格羅騰迪克晚年退隱於庇里牛斯山麓長達 23 年，這是他所住的小村拉塞赫，居民只有 200 人。（Leila Schneps 提供）

個答案，希望不會顯得太浮誇，畢竟這是在圍繞這個主題的無窮次對話、論辯，甚至爭吵之後得到的結論。它很簡單——診斷格羅騰迪克，比傾聽他來得簡單。

診斷是安全的，因為我們和醫生站在同一邊，畢竟是病人自己迷失在深層理解的無邊森林之中，我們沒必要探索這個層次，而且就算我們想做，也不需要從內部來理解。

格羅騰迪克留下數以千計的手稿，裡頭有數不盡的訊息，而且有數不清的重複。就我而言，其中許多難以理解，難以聆聽，難以接受，甚至想去接受都很困難。但是就他而言，我相信他發現一切是如此難以表達，至少很難表達成他人可以理解的形式。雖然這些都曾以隱微的形式，表述於他過去所有的著作裡，但他仍然不斷重新表述，直到他的生命終結。或許他期待在這麼多次失敗之後，也許最終能穿透那些非他自我的意識；也有可能，他只是在跟他的自我對話。

多年以來，這些訊息在形式與內容上，兩者都有所改變。而且的確曾經有些時期，這些訊息曾以世界末日迫近那種河漢無極的話語形式出現。但是這些訊息的本質都一樣，而且頗值得聆聽。甚且，這些訊息的反響早已迴盪在格羅騰迪克最早期的數學



格羅騰迪克在拉塞赫隱居的房子，他多半住在一樓。（Leila Schneps 提供）

職涯中。

如果要我簡短表達，應該是這樣：「在思考、嘗試、動作之前，先停止所有事情，單純傾聽。」這種兒童自有，成人罕見，放下自我單純聆聽的能力，對格羅騰迪克來說正是創造能力的最終根源。

他嚮往能盡己所能陶鑄這種能力。在他始於 1980 年代末長篇而優美的反思錄〈夢之要旨，或與上帝的對話〉（*La Clef des Songes ou Dialogue avec le Bon Dieu*）中，他在他稱之為「變種」的人身上，察覺到這種能力。底下是他對其中一人的描述，亦即英國夏山學校的肇建者尼爾（Alexander S. Neill），格羅騰迪克自覺與尼爾十分投契，很稱揚他。

彷彿某種綿延不止的奇蹟，在任何「敏感」情境裡，他的自我屏障就此消融，毫無痕跡，敏銳又直接的感知一切如如之行，同時，摒除一切意識思想，自生如實的反思，而「正行」油然而現[……]我們能感受到他內心不可思議的彈性，以及他和日常生活之間非凡的輕盈關係，對他這樣的覺者（the awakened），生命就是臻於原創力那持續不斷的挑激過程。（〈夢之要旨〉N322）

「同樣的事情，由他看來，並不像我們以為的那

樣明顯。」這是迪馬澤（Michel Demazure）回憶他跟隨格羅騰迪克學習時的說法，不過實情更深刻一些。如果我們將格羅騰迪克的著作都看成傳遞某種訊息（transmissional），其中沒有一項感受或呈現方式，像是對愚人傳遞更高層次理解的天啟神示。格羅騰迪克覺得自己看到的，並不是只對他個人顯現，別人卻看不到。相反的，他所看到的人人也皆可見，其清楚明白一如昭昭藍天。他獲取知識的方法不是靠緊繫（straining）與伸觸（reaching），而是靠放手，或者以他的說法是謙屈（stooping）。格羅騰迪克覺得自己的生性很能謙屈。

他的著作有很大的部份，是試圖說明為什麼大多數人似乎感受不到對他如此明顯的事物——心靈的習慣、失敗的恐懼、傷及自尊的危險，以及普通、古老、典型的羞恥心。由於感受到這些力量作用在他周遭的人群，他最終學習著在他自己身上意識到這些因素，去感受它們的力量與影響。他知道自己也充滿恐懼與抗拒，就像其他人一樣。他只是認為自己比他人更願意（而非更有能力）接受發覺自我「國王新衣」窘境時的撕裂感。

他也不認為自己是唯一如此的人，雖然罕見，但絕不孤單。〈夢之要旨〉卷帙浩繁 700 頁的附錄裡，列出了許多他認為具備類似特質的人。其中有些人他認識，其他則是透過他們的著作而認識的；有些人世界知名，其他則是無名的普通人。以他的用詞，所有這些人都是「變種」，他們昂然直視被格羅騰迪克稱為「驚人奇觀」（spectacle ahurissant）的現實世界。

無論我們注視什麼，不管我們自己覺得有多客觀，我之所見均受到我之為我的影響。因此我所

注視的所有事物，皆值得再看第二眼——更誠心的一眼，甚至第三眼、第四眼，無有止盡。儘管人的自我無法根除，但是它的角色至少能更被關注一點。這些想法對人類並不是新鮮事，不過聽聞是一件事，實踐卻是另一回事。格羅騰迪克篤行這個想法，而且透過他，這些想法也成為我的一部份。

## 泰特（John Tate）

參見編者簡介。

我第一次見到格羅騰迪克是在 1957 年秋天的巴黎，那是在哈佛的資淺教師休假期。他熱情歡迎我，甚至邀我到他家與他的伴侶米荷莉共進晚餐。我們後來成為好友，接下來我將以他的小名舒立克稱呼他。

我們的數學道路當時已有交集，這可由他 1958 年的論文名稱〈論馬圖克 / 泰特的筆記〉看出來<sup>17</sup>，在文章裡，他推廣我們的結果，並重新發現由除子類（divisor class）相交所得的二次型是  $(1, n-1)$  類。

舒立克的母親在多年苦於結核病後，死於 1957 年 12 月。他們母子關係複雜。很久之後，舒立克在給薩爾勞（Winfried Scharlau）的信中說，她的死對他們兩人都是解脫。但這件事影響他很深，舒立克說他曾因此思考是否要離開數學，改寫德國詩（德語是他的母語）。

1958 年春天，舒立克主持一個早上的討論班。我記得有一天早上他遲到了 15 或 20 分鐘，他說他

---

<sup>17</sup> 譯註：馬圖克是麻省理工學院的數學教授 Arthur Mattuck。

整夜沒睡，在定義日後稱為概形的概念。我一直被這段記憶所惑，因為在兩年前的1956年2月16日，他在給塞爾的信中就曾提及「以交換諾特環的譜黏貼所得的算術解形。」或許他失眠的那一夜，是在規劃EGA的第一章（還有他章？）。無論如何，他在1958年夏的愛丁堡ICM將這個計畫公諸於世。

那一年秋天和冬天，舒立克訪問哈佛，開了一門談層論的課程。米荷莉為了改善她的英文，請格羅騰迪克介紹一本書給她看。結果他推薦自己最喜愛的小說《白鯨記》！

舒立克和米荷莉在麻州劍橋結婚，手續很簡單，只要走一兩趟市政廳即可。如果在法國，事情會更難辦，因為他是無國籍的人。

為什麼他們要多此一舉結婚呢？我想舒立克是覺得作為合法的一家之主，他在撫養他第一個兒子瑟吉（Serge）時可以有更多影響力，當時瑟吉和母親德伊凱特（Aline Driquet）住在南錫。另外，婚姻也能夠讓他們的小孩「合法」，包括那年在劍橋出生的喬安娜（Johanna），以及後來幾年出生的兒子亞歷山德（Alexandre）和馬修（Matthieu）。

由於舒立克不是法國公民，他在法國不能擔任教職。幸好莫特肯恩（Léon Motchane）解決了這個難題，因為他創立了IHÉS。在1959年3月17日的一封信裡，舒立克寫道：「『研究院』的存在性證明已經完成，當到達法國，D.（指丟東涅）和我已經收到第一張支票。大家似乎都很意外，也寬心多了。我必須這麼說！」

由於IHÉS的職位，在搬遷時舒立克希望在他的新居裝電話，在當時的法國這可能得耗上好幾個月。結果舒立克很快就裝成了，因為他寫給電話公



格羅騰迪克所繪的復活節蛋。（奈特提供照片）

司的信紙上，信頭顯示他是一個需要事先預約的醫生。我是因為重讀格羅騰迪克一封舊信才想起這件事，在信裡他提到他的女兒喬安娜用那些信紙來「畫抽象畫」，信中說：「這個手法成功了，我拿到了電話，出乎大家意料。」

1960年代，我數次造訪IHÉS，我們兩家成了好友。2015年秋天，他的兩個兒子還提醒我，過去我曾經和他們一起玩耍，我假裝被推倒，好展現他們的力氣。

1964年的復活節，我參加在克勒蒙費朗大學（University of Clermont-Ferrand）舉辦的學術會議，這是克拉斯納（Marc Krasner）籌辦、討論幾何在代數和數論影響的會議。我路過巴黎順便看望舒立克，發現他正在畫復活節蛋。其中一顆還收藏在我這兒（如圖），上頭繪滿與他研究有關的圖式和公式。

1981年春，我到盧米尼（Luminy）參加會議，回程順道探望舒立克，當時他住在勒奧美地（Les Aumettes）的一間小農宅裡，靠近亞維農（Avignon）西邊，附近有一畝薰衣草田。舒立克似乎正執迷於夢，忠實紀錄他的夢境。他有一輛小車，偶而會開去蒙貝里耶（Montpellier）大學。我記得舒立克說他正和學生討論數學，尤其是後來被稱為「童畫」的概念。

2014年的9月底和10月初，卡蘿（Carol）和我到歐洲。睽隔34年後，我有股強烈的欲望想再見舒立克最後一次面。我們旅行到底里牛斯山麓的

小村拉塞赫 (Lasserre)，這是舒立克最後 25 年居住的地方。

很幸運的，1960 年代我曾和他們一起玩耍的亞歷山德和馬修正在那兒。因為舒立克重病，他在法國的四個兒女正輪流照顧他。舒立克已經近乎全聾和全瞎，我完全沒辦法和他交談，就算嘗試了，或許也只會打擾到他。

一個月後他就過世了。☹

#### 譯者簡介

翁秉仁為臺灣大學數學系副教授。

#### 延伸閱讀

► Brown, Ronnie “Alexander Grothendieck: some recollections”, The De Morgan Forum。上期迪馬澤 (M. Demazure) 曾談到布朗和格羅騰迪克關於「計算」的爭執，他並引渥伊沃茨基的話來反駁。本期已刊登渥氏的文章，這裡則介紹格羅騰迪克過世時，布朗隨即發表的悼文。

<https://goo.gl/94gqua>

### 關於格羅騰迪克的傳記式文章

- ◎ Cartier, Pierre “Alexander Grothendieck: “A Country Known Only By Name.” (Apr. 2015) *Notices*.  
<http://www.ams.org/notices/201504/moti-p373.pdf>
- ◎ Illusie, Luc (with Alexander Beilinson, Spencer Bloch, Vladimir Drinfeld et al.) “Reminiscences of Grothendieck and His School.” (Oct. 2010) *Notices*.  
<http://www.ams.org/notices/201009/rtx100901106p.pdf>
- ◎ Jackson, Allyn “Comme Appelé du Néant—As if summoned from the void: The life of Alexandre Grothendieck.” (Oct. & Nov. 2004) *Notices*.  
<http://www.ams.org/notices/200409/fea-grothendieck-part1.pdf>  
<http://www.ams.org/notices/200410/fea-grothendieck-part2.pdf>  
中譯：〈宛如來自空無的召喚〉（翁秉仁譯；2013&2014）《數理人文》第 1 期與第 2 期。  
<https://goo.gl/jsi1Gd>  
<https://goo.gl/M7Eax9>
- ◎ Jackson, Allyn “Grothendieck at 80, IHÉS at 50.” (Sep. 2008) *Notices*.  
<http://www.ams.org/notices/200808/tx080800962p.pdf>
- ◎ Poénaru, Valentin “Memories of Shourik.” (Sep. 2008) *Notices*.  
<http://www.ams.org/notices/200808/tx080800964p.pdf>
- ◎ de Pracontal, Michel “A la recherche de Grothendieck, cerveau mathématicien.” three-part series (2015) *Mediart*.  
<https://goo.gl/hQDHtG>
- ◎ Scharlau, Winfried “Who is Alexander Grothendieck?” (Sep. 2008) *Notices*. 譯自德文：“Wer ist Alexander Grothendieck?” (2006) *Annual Report Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach*.
- ◎ Scharlau, Winfried *Wer ist Alexander Grothendieck?* (2010), Winfried Scharlau 私人出版。Books on Demand, Amazon.com。包含第一冊、第三冊、英譯本第一冊。
- ◎ Schneps, Leila (ed.), *Alexandre Grothendieck: A Mathematical Portrait*. (2014) International Press.