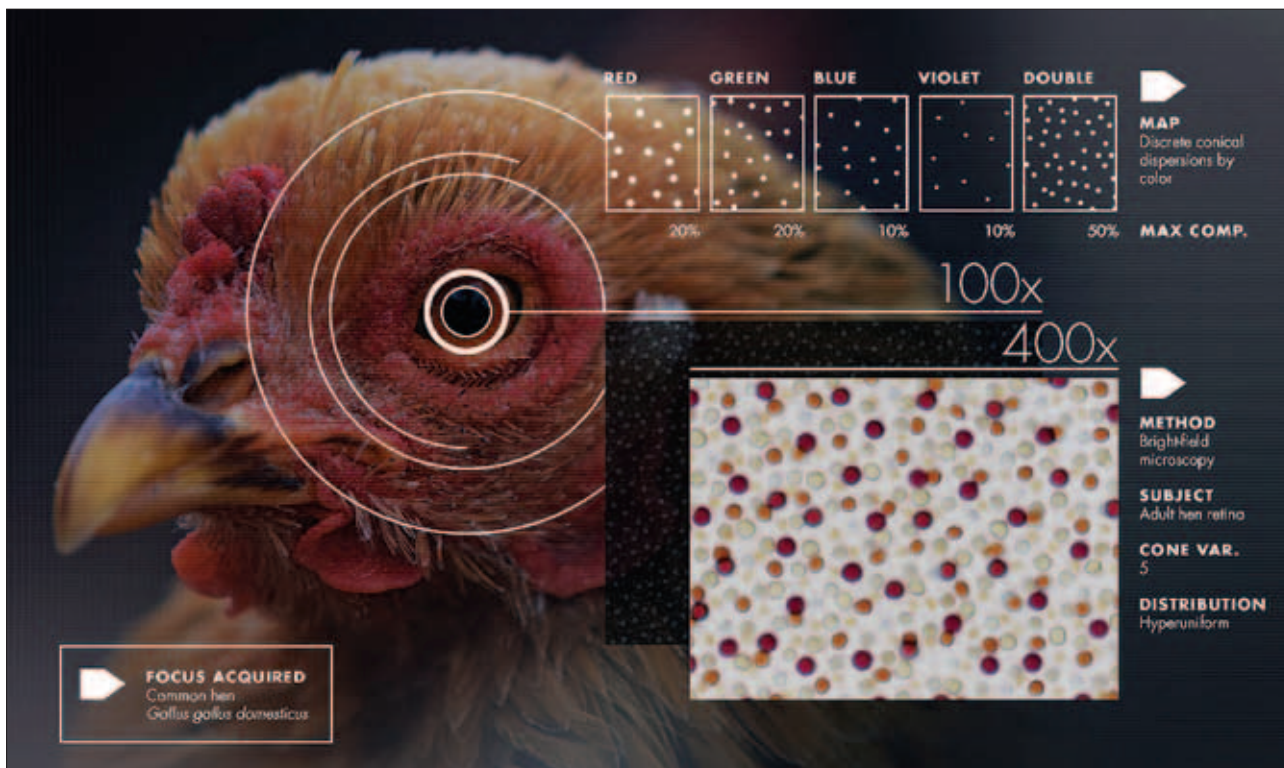


# 理 從鳥眼看見大自然的隱藏秩序

## 漫步於秩序與隨機之間的超均勻性

作者：渥秋華 Natalie Wolchover 譯者：紀露結

渥秋華是線上科普雜誌 *Quanta Magazine* 的資深主筆。她是塔夫斯大學物理學士，曾於加州大學柏克萊分校攻讀研究所。2016 年，她在該雜誌的報導為她贏得美國科學作家協會頒給年輕科學記者的 Evert Clark/Seth Payne 獎。



(Olena Shmahalo/Quanta Magazine 繪製，MTSOfan and Matthew Toomey 攝)

科學家正在探究一種出現於鳥眼、彈珠盒與其他意想不到的之處的神祕模式，這模式既不規律也不隨機。

科爾博 (Joe Corbo) 七年前從雞的眼睛裡看到令人吃驚的東西。他把視網膜從雞眼睛取下，攤放在顯微鏡上，結果看到五種顏色與大小的圓點鋪滿了這片視網膜，這些圓點是對色彩敏感的錐細胞。不同於人類視錐細胞的隨機散布，也不像多數魚類視錐細胞的整齊排列，科爾博觀察到雞的視錐細胞

分布得沒什麼章法卻又非常均勻。這些圓點的排列看不出任何規則，但彼此既不會靠得太近，也不會隔得太遠。五組錐細胞的任一種，各自都展現了亂中有序的迷人特質，而且五種合起來看時，竟然也還保有這種特性。科爾博為此深深著迷。

「這些圓點模式看上去美極了。這樣的美攜獲我們，讓我們單純出於好奇，就是想要更了解這樣的模式。」科爾博是聖路易華盛頓大學 (Washington University in St. Louis) 一間生物實驗室的主持人，



*Quanta Magazine* 是西蒙斯基金會 (Simons Foundation) 出版但編輯獨立之網路科普雜誌 (<http://www.quantamagazine.org/>)，希望能提高數學、物理與生命科學前沿研究進展的公眾能見度。本文譯自：

<https://www.quantamagazine.org/hyperuniformity-found-in-birds-math-and-physics-20160712/>

本刊感謝 *QUANTAMagazine.org* 與主編 Thomas Lin 同意翻譯轉載，翻譯之文責由本刊自負。

他與合作者希望找出這些模式的功能，了解它的生成機制。當時他並不知道，這些問題在其他的情境之中早就有人問過。或者這麼說，科爾博不曉得自己發現了一種隱藏的秩序，雖然這種現象頻頻在數學與物理出現，但在生物學卻是第一次。

不過科爾博知道，任何鳥類視網膜裡出現的事物，可能都是研究的好素材。鳥類視力絕佳，盤旋在1,500公尺高空的老鷹，可以發現地面的小老鼠。而科爾博的實驗室就是研究促成這種結果的演化適應。生物學家認為，鳥類的許多屬性源自一種類蜥蜴的生物，這種生物大概在三億年前演化出恐龍與原始哺乳動物。當鳥類的老祖宗恐龍稱霸大地時，我們的哺乳類血親卻在黑暗中疾行，成了擔驚受怕的夜行動物，慢慢失去辨識色彩的能力。哺乳類的視錐細胞減少到只剩下兩種，這是我們還在持續恢復中的最低點。大約三千萬年前，我們靈長類某代老祖宗的視錐細胞一分為二，從而能感受紅、綠光，加上原來能感受藍光的錐細胞，於是有了三色視覺（trichromatic vision）。但人類的錐細胞，特別是「新」長成的紅綠錐細胞，分布紊亂，感光也不均。

鳥類的眼睛則有更久的時間可演化得更完善，不僅有更多的錐細胞，而且細胞的排列分布更加規律。然而讓科爾博與同事深感疑惑的是，演化為何沒有讓錐細胞選擇像柵格或晶格那麼規律的分布？幾乎可以確定的是，他們在雞視網膜觀察到的這個奇異又無法歸類的模式，應該是把某組未知的限制條件給最佳化的結果。但是，限制條件為何？如何理解這個模式？鳥類視覺系統如何演化到這一地步？這些問題都還沒有答案。這群生物學家耗盡全

力，試圖量化雞視網膜圓點模式的規律性，但是畢竟隔行如隔山，他們需要別人的協助。

2012年，科爾博聯絡了普林斯頓大學理論化學教授托夸多（Salvatore Torquato），他是聲譽顯赫的裝填（packing）領域專家。裝填問題研究的是如何在給定維度下，把物體塞得最滿最密，就像是在二維視網膜上放滿五種不同大小的錐細胞。科爾博說：「我想問的問題是，這樣的系統是否達到了最佳裝填效率。」托夸多對這個問題也很感興趣，他在雞視網膜模式的數位影像上跑了一些演算法，科爾博回憶說，結果「托夸多很驚訝的發現，這些系統出現的現象竟然和他們在許多無機或物理系統中所見到的一樣。」

托夸多從2000年代初期就研究這種隱藏的秩序，並命名為「超均勻性」（hyperuniformity）。同時期羅格斯大學（Rutgers University）的勒伯維茲（Joel Lebowitz）則用 superhomogeneity 來稱呼這類現象，後來大家採用托夸多的用語。自此，超均勻性就在一系列快速擴展的系統中被指認出來。除了禽鳥的眼睛，超均勻性也出現在一種叫做準晶體（quasicrystal）的材料中，不僅如此，數學的隨機矩陣、宇宙大尺度結構、量子系綜（quantum ensemble）、軟物質系統中的乳膠（emulsion）與膠體（colloid）等，也都可見到超均勻性的蹤跡。

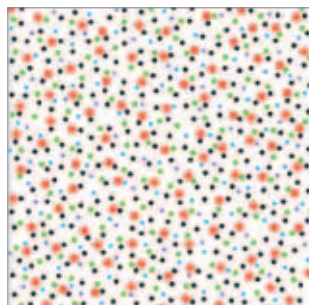
當超均勻性在新領域中突然冒出頭時，科學家幾乎總是驚喜萬分，就像在跟浩瀚的宇宙玩打地鼠遊戲。科學家目前還在尋找這些表象背後的統整性概念，而在尋覓的過程中，他們也發現了超均勻材料的新奇性質，並相信終能應用於科技上。

裝填專家科恩（Henry Cohn）是微軟新英格蘭

## 雞眼睛中的超均勻性

### 明顯無序

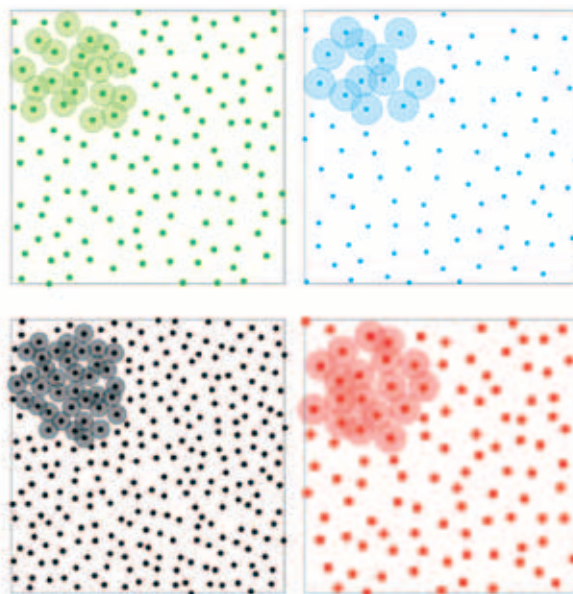
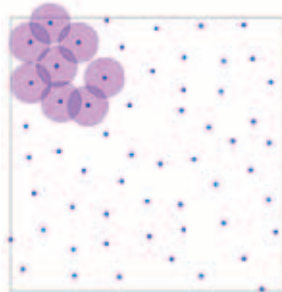
彩色圓點各代表雞視網膜上五種感光錐細胞，分別為綠、藍、紅、紫與雙型（以黑點顯示）。每種錐細胞大小不同。乍看之下，錐細胞的分布無序之至。



(Lucy Reading-Ikkanda 繪製)

### 顯現秩序

分別觀察單種錐細胞，可發現每顆細胞都有「專屬區域」，區域內可以出現其他種類的錐細胞，但會避開同一種錐細胞。在五種細胞大小各不相同的裝填條件下，每種錐細胞都盡可能形成均勻分布。



研究所的數學家。他認為從數學觀點，「越深入研究，就越感覺到超均勻性的巧妙與概念上的說服力。另一方面，超均勻性潛藏的應用廣度更是令我吃驚。」

### 神祕的秩序

托夸多 13 年前就跟同事展開超均勻性的研究，他描述理論，並找到簡單又令人訝異的範例。2016 年春天，他在普林斯頓大學的研究室受訪時，告訴我們：「把彈珠放到盒子裡拚命搖晃，直到彈珠卡住不動，結果就是一個超均勻系統。」

這些彈珠呈現的排列，用專門術語來說稱為「極大隨機塞滿裝填」（maximally random jammed packing），此時彈珠佔據 64% 的空間，其餘都是空氣。這比不上球體最密堆積，柳橙裝箱常用的最密晶格裝填法能填滿 74% 的空間。但晶格裝填很不容易達成。托夸多解釋說，我們不僅無法把滿滿一盒彈珠輕易搖成晶格排列，更沒辦法把像雞視錐細胞這種五種大小不一的物體排成晶格的模樣。

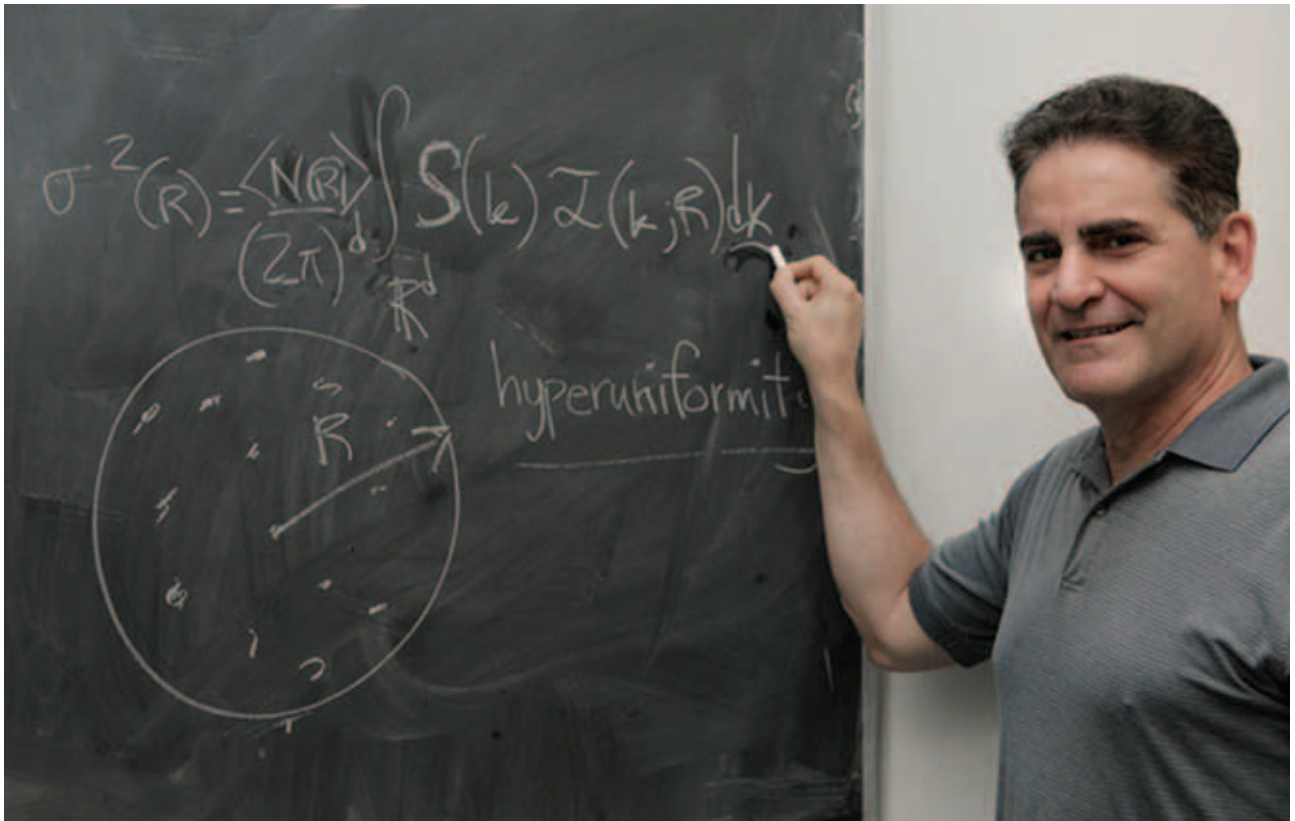
托夸多請我們把桌上的硬幣想像成錐細胞。「如果你挑出一分錢，然後推併這些硬幣，它們可能會

形成三角形的陣列。」倘若在一分錢裡混雜一些稍大的五分錢硬幣，這時「就無法形成晶格。如果你有五種大小不一的硬幣，像是再加入隨便各種像一毛錢、兩毛五的硬幣，這時晶格就更難成形了。」同理，鳥類錐細胞也因幾何限制無法整齊排列。然而，競爭的演化需求會讓視網膜盡可能均勻採集外界光線，因此藍色錐細胞會遠離其他藍色錐細胞，紅色的則遠離紅色的，以此類推。在平衡這些限制條件下，托夸多說這個系統最後「達到了無序的超均勻性（disordered hyperuniformity）」。

超均勻性讓鳥類兼得兩利：五種錐細胞以近乎均勻的鑲嵌方式排列，同時又提供十分優秀的色彩解析度。但托夸多表示，這是一種「人眼無法偵測出來的隱藏秩序。」

判定系統是否具超均勻性所需的演算法，與擲環遊戲很類似。首先，假想我們反覆投擲環圈到規則排列的格點上，每拋一次就清點環內的圓點數，如此重複若干次。每一次環圈套得的圓點數多少有些增減，但相去不多。這是因為格點排列整齊，環圈每次都會套住固定的區塊，圓點數不變。因此環圈套住圓點數的差異主要表現在環圈周邊附近 ①。如





托夸多是普林斯頓大學的化學家，他從 2000 年代初期就開始研究超均勻性。(Salvatore Torquato 提供)

衡時，粒子會各安其位，形成穩定構形，呈現超均勻的狀態。準晶體就屬於這一類——這是一種特別的固體，內部原子的排列雖然沒有重複的模式，綜觀原子構成的圖案時卻又交錯有序。在這些平衡系統裡，粒子間的斥力把彼此分開，產生整體的超均勻性。分析這類系統的數學，或許可以解釋鳥類眼睛突現的超均勻性、隨機矩陣的特徵值分布、黎曼ζ函數零點分布（與質數密切相關）。

另一大類則不為人所熟知。這些「非平衡」系統包括搖亂的彈珠、乳膠、膠體與冷原子系綜。這類系統中的粒子除非彼此碰撞，否則粒子間互不施加作用力。我們必須對這類系統施加外力才可達到超均勻狀態。

在非平衡系統裡，還可劃分出更難以掌握的類別。2015 年秋天，法國里昂高等師範學校的巴托羅 (Denis Bartolo) 及他帶領的物理學家，在《物理評論通訊》(Physical Review Letter) 發表一項結果：以適當振幅搖盪乳膠，可以誘發超均勻性。若以低於臨界振幅搖盪乳膠，懸浮在乳膠內的粒子

會一再回到之前的相對位置；反之，若搖盪振幅超越臨界振幅，乳膠內的粒子運動就不再可逆。巴托羅的研究成果初步揭示了在這類非平衡系統中，可逆性與超均勻性的基本關係。然而，這與前述彈珠的「極大隨機塞滿裝填」南轅北轍。巴托羅說：「我們能否將二者的物理機制聯繫起來？不行，完全沒辦法。我們根本不曉得為何在這兩個完全不同的物理系統裡會出現超均勻性。」

當科學家努力想把這些線索聯繫起來時，同時也發現了超均勻材料令人驚奇的特性：有水晶一般的性質，但不像水晶那麼容易受製造誤差影響，這點反而與玻璃或其他非相關無序介質 (uncorrelated disordered media) 相似。預計本週 (按：指 2016 年 7 月 12 日) 在《光學》(Optica) 發表的論文中，法國物理家卡米納堤 (Rémi Carminati) 及其團隊發現，高密度的超均勻材料可以變透明，然而密度相同的非相關無序材料則不透光。這是因為在粒子相對位置中隱藏的秩序，使散射光互相干涉並抵消。卡米納堤解釋：「光的干涉摧毀了散射，光線

穿透，彷彿這是均質材料似的。」他認為現在討論這種高密度、透明、非晶質材料的用途為時尚早，但「這肯定能發展出許多潛力無窮的應用」，特別是光子學（*photonics*）。

知道乳膠如何生成超均勻性，巴托羅最近研究出轉化這項成果的簡便程序，可以應用於攪拌水泥、美容霜、玻璃或食物等。「每當你想打散糊狀物中的粒子，攪拌混合永遠是個大難題。而這很可能是可以非常均勻的打散固體粒子的新方法。」首先，需要確認該材料的特徵振幅，再以該振幅振動幾十次，然後平均混合且超均勻的分布就突現了。「我不該免費告訴你的，我應該去開一家公司！」巴托羅打趣說。

實際上，托夸多、斯坦哈特與一些合夥人已經開了公司。他們新創的公司 *Etaphase* 準備製造超均勻光子迴路（*photonic circuit*），這是一種用光而非電子來傳遞資料的元件。普林斯頓大學的科學家幾年前發現，超均勻材料可以有帶隙（*band gap*，又譯能帶間隙），這會阻擋特定頻率的傳遞。帶隙令資料傳輸變得可控制，因為被擋下來的頻率可引入稱為波導（*waveguide*）的通道。但是過去大家以為帶隙只在晶格中存在，具有方向性，只能對齊晶體的對稱軸。這表示光子波導只能朝向特定方向，大大限制迴路的用途。既然超均勻材料不像晶體有偏好的方向，這些材料鮮為人知的帶隙在實際應用上更有潛力。斯坦哈特說：「波導不再是千彎百迴，而是你想要什麼形狀都行。」

至於出現在鳥類眼睛裡的五色鑲嵌模式稱為多重超均勻（*multihyperuniform*），到目前為止仍是自然界裡獨一無二的現象。科爾博還無法確知這種模

式是如何形成的。是像其他第一類平衡系統，從錐細胞之間的互斥力產生出來的？還是錐細胞像盒中的彈珠被搖晃，像第二類非平衡系統那樣？他的猜測是前者。細胞能釋放同類相斥的分子，卻不影響他類細胞。也許在胚胎發育階段，每個錐細胞釋放出將分化為特定細胞的訊號，防止鄰近細胞分化成相同的錐細胞。科爾博說：「這是一種說明發育過程的簡單模型。每個細胞周遭的局部行為造就了整體的模式。」

除了雞之外（雞是實驗室最容易取得的家禽），科爾博還發現其他三種鳥也具有同樣的多重超均勻視網膜模式，顯示這種適應是普遍的現象，而非針對特定的環境。他很好奇夜行性鳥類的眼睛會不會演化出另一種完全不同的最佳形態。他說：「這真的非常有意思，但要讓我們的手碰到貓頭鷹的眼睛恐怕稍微困難一點。」<sup>20</sup>

本文出處：*Quanta Magazine* July 12, 2016.

#### 譯者簡介

紀露結現就讀於臺灣大學數學研究所。

#### 延伸閱讀

► 葛史密（*Timothy H. Goldsmith*）〈察顏觀色鳥類更勝一籌〉《科學人》第 54 期（2006 年 8 月）。

► “*Hyperuniform Materials*” 是托夸多實驗室網站 *Complex Materials Theory Group* 介紹超均勻性的網頁。

<http://goo.gl/so5USD>

► *Torquato, S. & Stillinger F. H. “Local Density Fluctuations, Hyperuniform Systems, and Order Metrics” *Physical Review E* 68 (2003) 041113.* 這是超均勻性數學推導的重要論文。