

## 淺談數學詩文

作者簡介：李雪甄是文藻外語大學通識教育中心教授，曾任該校通識教育中心主任。研究領域是科學計算、數值偏微分方程，數值方法的非牛頓流體問題以及數學通識教育的推廣。

## 前言

「我想學畫畫，心裡一直有一個念頭：這個世界很美，我想要表達這份情感。」這是物理學家費曼渴望透過藝術傳達科學之美的方式 [1]。相對於物理，用抽象符號與特殊語句描述世界的數學家，在體會了數學之美後，往往也會有著：「我想學寫詩，心裡一直有一個念頭：數學很美，我想用文字表達這份情感。」數學詩文是一種融合數學與文學的敘事方式，本文將從史詩、古詩、詩歌到文學，呈現不同數學詩文的樣貌。並透過這些作品來了解，如何交融數學的真與詩文的美，才可以讓文學的浪漫被數學接受，數學的奧妙被文學擁抱，連結後的詩文心意被看到，成為能圓滿數學之「真」、文字之「美」、敘事之「善」的動人文章。

## 關於數學詩文

數學是用抽象符號去證明永恆不變的事實來與世界溝通，詩文則是透過美好的文字語彙來傳達對天地萬物的情感，兩個相異的學科，感覺壁壘分明，然而連結這兩門學科，賦予學科新的創作空間的數學詩文，其實是很吸引人的，也可以引起不少共鳴。就以這一段短詩為例：

笛波拉知道兩件事。

首先，山會流動，如同一切都在流動。

其次，他們在主面前流過，而不是在人面前，

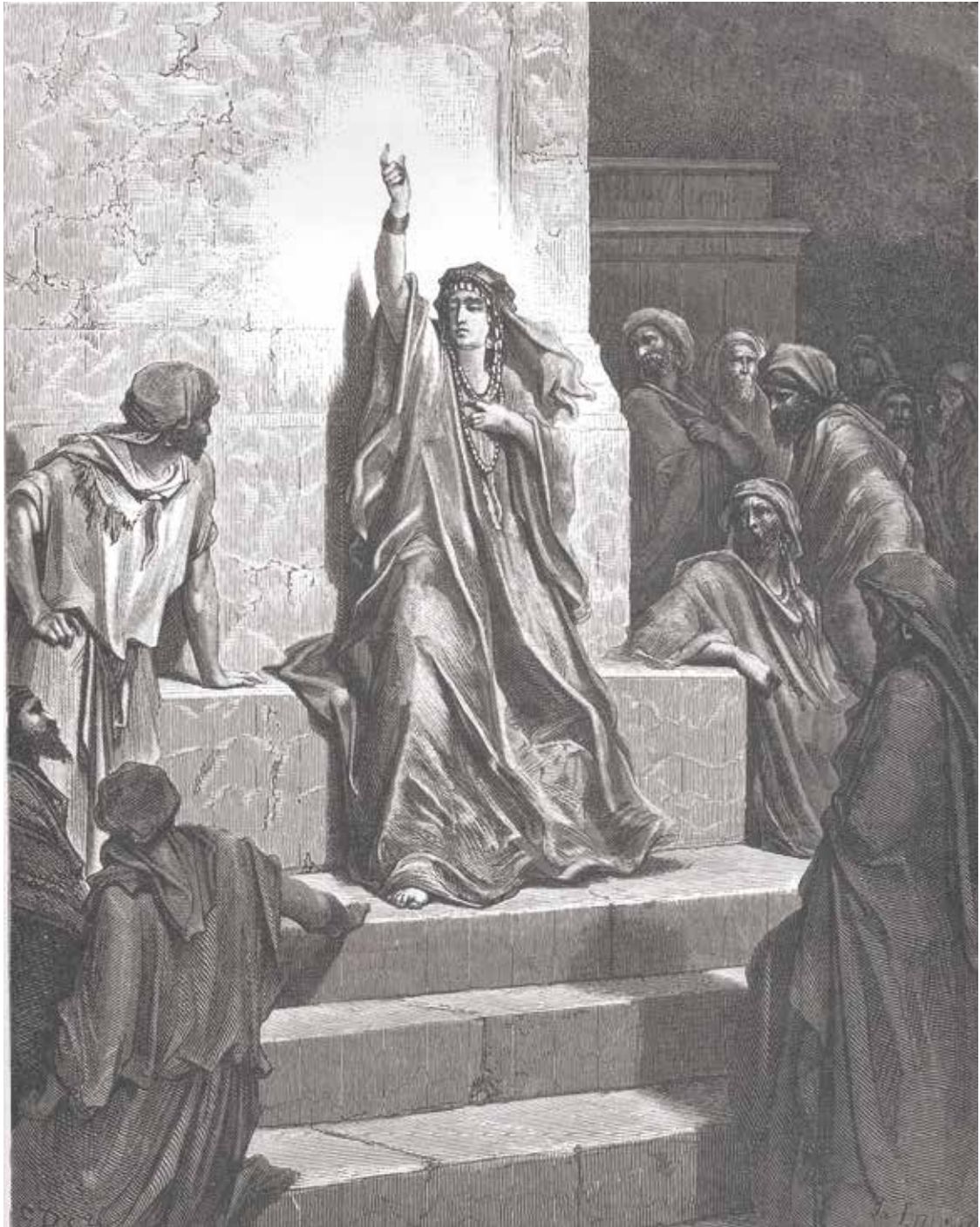
因為人在他短暫的一生中看不到，

但上帝可觀察時間是無窮的。

因此，我們可以良適的定義無因次笛波拉數，

$$D = \text{鬆弛時間} / \text{觀察時間}。$$

這一段短詩是摘錄於以色列科學家萊納（Markus Reiner）介紹流變學（rheology）的笛波拉數（Deborah number）的文章 [2]。流變學是一種探討變形和流動的科學，研究對象是流體，軟物質（soft matter），或者在某些條件下可以流動而不是彈性形變的固體。笛波拉數是流變學中常見的數值，用來量化在外力下物質的變形和流動的黏彈性效應（viscoelastic effect）。在這篇文章中，萊納表示語言修辭學者要引用「一切都在流動」，古希臘哲學家赫拉克利特（Heraclitus）所說的話來闡述流變學，這是不完整的。因為流變學除了討論液體之外，對於會有應力的釋放與潛變（creep）現象的固體也不能被忽略。因此，為了更真切表達出這部分，他引用聖經裡，希伯來女先知笛波拉（Prophetess Deborah）在贏得非利士人（Philistines）戰役後所唱的詩歌〈群山在主面前流動〉（The mountains flowed before the Lord），用來說明萬物不會恆久不變，時間是最大的因素，因而定義出用鬆弛（relaxation）時間與觀察時間之比值，也就是以女先知笛波拉所命名的笛波拉數。在此定義下，當觀察時間很長或物體的鬆弛。時間很短，物質會呈現流體的流動現象；相反的，若物體的鬆弛時間很長或觀察時間很短，物質亦呈現固體的潛變現象。雖然這個定義，後來因「觀察時間」在複雜流場（complex flow）內會有描述不夠明確之慮，而修正為「變形過程的特徵時間」[3]，但文中萊



笛波拉·多雷 (Gustave Doré) 為都爾聖經 (Bible de Tours) 所設計的版畫插圖。(維基)



莫瑞爾斯 (Johannes Moreelse) 的赫拉克利特油畫像，現收藏於荷蘭中央博物館。(維基)

納將數學定義與神學的詩文結合，用數學的思維去詮釋詩歌，而呈現詩歌的別樣風采，也成了這篇流體力學的文章裡，最令人咀嚼再三的地方。

另外，在中國古詩裡，也可見到數學詩文，如下：

我有一壺酒，攜著遊春走。  
遇務添一倍，逢店飲斗九。  
店務經四處，沒了壺中酒。  
借問此壺中，當原多少酒？

這是西元 1303 年中國元朝數學家朱世傑在《四元玉鑿》<sup>①</sup> 的短詩。大意是說在走春過程中，自己攜帶一壺酒，酒在添一倍與飲斗九間，四回後沒

了，要詢問原有多少酒？<sup>②</sup> 這種在詩文中用很有趣的方式帶出數學算術，讓詩中有數，數中有詩，這也是一種數學詩文。

數學詩文近年也有不少好的學生作品，這是源自技專院校所推動的「文以載數創作獎」競賽，其宗旨為鼓勵學生將理性的數學與感性的文字結合，創作與數學有關的詩歌與散文的文學作品，激發學生對數學的興趣及創意聯想 [4]。以詩歌類得獎作品

<sup>①</sup> 註 1：《四元玉鑿》3 卷，元代朱世傑撰，1303 年刊於廣陵。全書分為 24 門，288 個問題，全部用天元術、二元術、三元術、四元術（即 1 至 4 元的高次方程或方程組）解決。引自維基百科。

<sup>②</sup> 註 2：解法：設酒有  $x$  斗，若  $2(2(2(2x - 1.9) - 1.9) - 1.9) - 1.9 = 0$ ，則  $x = 1.78125$ 。

鄭羽彤同學的「拋物線」為例 [5]，全文如下：

### 拋物線 文／鄭羽彤

時間留在去年相遇的頂點  
我站在焦點上 你站在準線那一端  
在相等距離的期待下我們彼此靠近  
我們期待彼此成為生命中完美的頂點  
然而現實是如此  
離開的那一天 我還記得  
從最高的頂點 你我  
朝著不同方向 墜落

時間走來了今天  
回憶起那一天 我還記得  
從最低的 頂點 你我  
朝著不同方向 邁進……………  
不完美的頂點 彼此卻成長  
畫一個完美的弧線  
我們在兩端無限延伸 不再相交。  
拋物線無限的走 彎不了圓  
我明白至少我們能  
順著那弧度  
綻放笑容

—— 本文作者就讀文藻外語大學數位內容與應用系

這是一篇將數學知識與文學意涵融合的很成功的作品，文章利用拋物線的形，順著時間的軸，訴說著兩人分別從拋物線的準線與焦點，朝頂點前進，在高峰相遇、相聚、離別，雖回到谷底但各自往不同方向成長，也給對方祝福。透過淡雅樸實的文

字，表達出作者欲透過數學詩文傳達一種雲淡風輕的釋懷。

數學詩文顧名思義是建立在數學與文學的基礎上，只是數學與文學思維不同，研究的方法不同，若問河流下個轉彎處是什麼？數學家往往會說，那就要順流而下到轉彎處去看看，就會知道是什麼。文學家則可能會說，自己畫一條河，就會知道轉彎處是什麼。數學是尋找與發現，文學是創造與發明，彼此在平行線上的兩端，究竟連結他們的元素是什麼才可以成就一篇完整的數學詩文？下面我們將透過學生創作的得獎作品，提出對上述問題看法的淺見，以供參考。

### 數學詩文需要的元素

數學詩文是一種透過文字創作傳遞數學知識的敘事方式 [6]，包括詩歌與文學。數學詩文又可分成「文學數學化」與「數學文學化」兩種，文學數學化的是指在文學作品裡加入數學知識，讓敘事別有意境，主要以文學欣賞為主，如：鄭羽彤的拋物線；數學文學化的則在數學命題加入文學情境，讓敘事添加戲劇性，以傳遞數學知識為主要，如：朱世傑的《四元玉鑒》短詩。

「文以載數創作獎」散文類得獎作品方建毅同學的「理科生情書」是同時具有「文學數學化」與「數學文學化」的作品。理科生情書內容分成男生告白篇與女生表白篇。男生告白篇是在文學作品裡加入數學元素，如：空集合、橢圓、圓與絕對值等，讓敘事別有意境，如：從此，我有了心……成為包含不了任何東西的空集；如果你不喜歡波谷，就環起

雙手構成函數的絕對值，讓他只出現我們喜歡的波峰，讓我們的愛情一直甜蜜到永遠。故是偏向文學數學化。女生表白篇則是以介紹不同的數學方程式為主，透過所創造情境，讓內容添加戲劇性，使閱讀者藉此認識數學知識，偏向數學文學化。

理科生情書是以理科生的角度，分別透過理科男生對心儀女孩的真情告白，以及女生對理科生男孩的隱喻表白，展現出兩種不同的散文風格。男生告白篇帶有詩歌般濃郁情感，女生表白篇則是以男女對話形式呈現。整個文章很完整，在內容裡我們看到數學，也看到文學，當兩者自然地連結後，我們也看到作者想要呈現的巧思。關於理科生情書全文如下：

### 理科生情書 文／方建毅 男生告白篇

從前，我是一個沒有感情的零，我什麼也沒有。而後，我遇到妳，看見妳的時候，就像有一把丘比特的箭射進我的身體，從此，我有了心，那就是妳給我的箭，我的心裡，便只有妳那把丘比特的箭，我也變成為包含不了任何東西的空集。

曾幾何時，我很怕，在這裡會遇到一個自己喜歡的女孩子，兩年後便要因為異地而分開，就像一個橢圓的兩個焦點一樣，無論兩個焦點怎樣移動，始終不能重合。但現在，當我遇到妳的時候，一切的一切便不再是問題。如果異地，我就飛過來找妳，如果我們註定是橢圓而一定不能重合，那我們就做第一個焦點重合的橢圓，做第一個為愛情而誕生的「圓」。相信我，無論擋在我

們面前的是多麼巨大龐然的人生，相信我，波峰出現的徵兆就是出現在波谷之後。如果你不喜歡波谷，我們就環起雙手構成函數的絕對值，讓他只出現我們喜歡的波峰，讓我們的愛情一直甜蜜到永遠。

### 女生表白篇

女：嘿，有幾個問題想請教你，你能幫幫忙嗎？

男：你說吧。

女： $i$  的  $4n+1$  次方等於多少？

男： $i$  的  $4n+1$  等於  $i$  的 1 次方等於  $i$ 。

女：這道題，根據能量守恆定律中摩擦力做工除以力對應的結果用公式表示是什麼？

男：這麼簡單都不會，因為  $Q = F \times L$ （忽略其他外力情況下）所以得出來的是距離  $L$  啦！

女：圓的極座標方程，若圓心在原點，則  $P = R$ ，那圓如何表示？

男：因為圓心在原點，所以直接用  $O$  表示即可。

女：這道物理題他說距離除以時間的微積分耶，怎麼求？

男：哎，這就是個假像，你可以想像無數個距離除以無數個時間，你就當是距離除以時間吧，也就是  $S$  除以  $T$  等於  $V$  了。

女： $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 1/x)^x$  這個題……該怎麼解決？

男：老師上課講，你肯定沒認真聽講，這看起來很複雜，其實經過變形結果是  $e$ ，你記住就好了。

女：這個英文化學符號是什麼符號啊？我看不懂耶。

男：這個 Uranium 其實是自然界中能夠找到最重的元素，鈾元素啦，簡稱是  $U$ 。

女：我也是。

男：什麼？

女：我也愛你

男：????!!!!!!

女：你把剛剛給你的答案都用符號讀一遍看看？

男：i, l, o, v, e, U —— I love u。I Love U。

備註：想跟一個理科生表白，真的是好難啊。

—— 本文作者就讀文藻外語大學英國語文系

本文作者方建毅本身是一位來自中國深圳到臺灣就讀文科的大學二年制學生，由於在大陸讀的是機械專科學校，是一個具有理科背景的學生。以下摘錄他的創作理念，藉以了解作者如何進行創作：

「故事源於創作，創作源於生活，除非是天馬行空的奇幻故事，大多數的創作都是由生活中見到的，聽到的，看到的，真正經歷的種種所構成的。文以載數，顧名思義，其實裡面真正體現的是把數學如何巧妙的運用在文章中去，而不是如何絞盡腦汁的去生搬硬套繁瑣的數學公式和定理拼湊成文章。所以還應當以文章為主，把情感融入文章後平滑而又不顯拖沓的寫入一些數學知識，可能這樣才會得到一些高分吧。

至於自己如何寫這篇文章的，是因為自己曾經有一段比較刻骨銘心的異地戀，雖然最終以失敗告終，但帶給自己的記憶不可抹去。便有感而發借此機會寫了這篇散文。」

綜合上述作品與創作者的創作理念，我們發現一篇完整的數學詩文裡，我們會在數學中見到文學，在文學中看到數學，在連結後感受到詩文心意。故，數學詩文會有三個元素：數學、文字、敘事。

「數學」是作品載入的數學知識，可以是數學符號、函數、方程式、語句等。「文字」是作品中的文字表達。「敘事」是因數學與文字連結而產生的數學敘事內容，敘事的產生可以來自四個面向：作品，作者，宇宙，讀者，如同文學家艾布拉姆斯（Meyer Abrams）所提到的文學評析四要素 [7]。作品指的是數學詩文本身，如作品究竟屬於是數學文學化，還是文學數學化；作者為數學詩文作品的創作者；宇宙是指蘊涵作品的場域，也是作者靈感的泉源；讀者泛指閱讀作品者，也是數學詩文的欣賞者。同時具有數學與文學成份的數學詩文中，究竟數學與文學的比例要如何分配？答案在敘事。作品的敘事越明確，數學詩文的歸屬就會清楚。以理科生情書為例，作品的男生告白篇是文學數學化，女生表白篇是數學文學化，故前者偏文學，後者偏數學。作品的作者是具理科背景的文科學生，可熟練運用數學與文字，故可看出作者想透過文字的運用來展現多樣數學知識的企圖。創作源頭的宇宙，因來自於作者本身的生活經驗，故作品產生的意象十分豐富，情感表達真切，主題明確清楚。另外，因為作品是參加競賽的學生作品，故也會考量讀者是以學校機構的評審、老師與學生為主。所以，有明確的敘事會讓作品有歸向，也易於創作者去創作，更可幫助人們去知道一篇數學文學作品在數學與文學的定位。

數學詩文的本質是文學，不論是作品是文學數學化或是數學文學化。當創作者將抽象的數學形塑成文字，就已呈現溝通本質，尋求理解的意味 [8]。而從學生創作的數學詩文作品來看，其呈現出不仅有數學學習，還有寫作能力，乃至心理面向等不

同層面都值得探究。另外，好的數學詩文作品會有「理有所依，情有所達，心有所歸」的文學意涵。「理有所依」是指內容要有論理依據的數學，也就是當數學概念形塑成文字後，數學概念依然要正確。以理科生情書的男生表白篇來看，作者在文章第一段引用了數學知識空集合來進行表白，空集合是指沒有包含任何元素的集合，其符號為 $\emptyset$ 。從文章鋪成，我們看到作者用擬人法把自己比擬成沒有感情的零，因被邱比特的箭射中而有了心，先藉著空集合「形」表達出萌生的愛意，再依著空集合的數學定義轉化成文字表達，而有「我也變成為包含不了任何東西的空集」這種將數學概念形塑成文字後，數學的真依然存在且可很自然地融入文句中，這就是謂「理有所依」。「情有所達」是指內容要有能傳達情感的文字，也就是當文字內容放入定義鮮明的數學後，情感依然可以被文字傳達，如文中作者表示因為心中有對方，「我也變成為包含不了任何東西的空集」此文字說明空集合的數學概念，也有向對方傳達出愛情裡的專一與容不下其他人的意涵。「心有所歸」是指內容要有清楚歸屬的敘事，例如作品是著重在數學知識的數學文學化敘事，還是強調文學欣賞的文學數學化敘事，敘事歸屬在了解作品的心意與目的，以達到在數學敘事裡將數學與敘事融為一體的境界 [9]。故，不同於一般文學創作，數學詩文會融入數學的真，文字的美，敘事的善，讓文學創作多了新意象、新味道。

## 文學之於數學的意義

對很多人來說，數學可能只是日常生活的計算工

具，沒溫度，是由生冷抽象的符號，算式，定理所堆砌起來的世界。其實，數學中每一個符號，算式，定理，都是幫助人們理解與探索這個世界才存在，是一個用來幫助人們進行探索世界的溝通工具，這也是數學存在的原因。只是，面對世界的變化無窮，人們的生命有限，故擁有創新的心靈與高度的想像力對數學是很重要的，而這也是文學的特質。文學之於數學的意義什麼？證明偏微分方程解存在唯一性的柯西 / 柯瓦列夫斯卡婭定理 (Cauchy-Kovalevskaya theorem) 的俄國女數學家柯瓦列夫斯卡婭 (Sofia Kovalevskaya) (1850 ~ 1891)，本身也是一個文學家，她在與友人的信是這樣寫道 [10]：

「我理解你對我能同時在數學和文學方面進行工作而感到驚奇。許多從來沒有機會更多地探索數學的人們把數學與算術混為一談，並且認為它是一門枯燥乏味的科學。但事實上，它是一門需要最為豐富的想像力的科學。一位本世紀最傑出的數學家曾經完全正確的說，沒有詩人的心靈是不可能成為一位數學家的。對我來說，詩人只是感知了一般人所沒有感知到的東西，他們看得也比一般人更深刻。其實數學家所做的不是同樣的事嗎？拿我自己來說吧！我這一輩子始終無法決定到底更偏好數學呢，還是更偏好文學。每當我的心智為純抽象的玄思所苦，我的大腦就會立即偏向人生經驗的省察，偏向一些美好的文藝作品；反之，當生活中的每一件事令我感到無聊且提不起勁來時，只有科學上那些永恆不朽的法則才能吸引我。如果我集中精力於一門專業，我很可能會在這一專業上做出更多的工作，但我就是不能放棄其中的任何一門。」 (192 頁)



(左) 柯瓦列夫斯卡婭，(右) 懷爾斯查司。(維基)

在信中，柯瓦列夫斯卡婭提到她的老師懷爾斯查司 (Karl Weierstraß) 所說的，數學家是需要有詩人的心靈。文學是她陷於抽象純數學研究之苦時，會需要對人生經驗省察時的調劑；此外，每當她感覺生活的乏味時，她便會投向吸引她的數學研究，故文學與數學對她而言很難只專為其一。相對於無法割捨文學與數學的柯瓦列夫斯卡婭，被譽為詩人數學家丘成桐則表示文學與數學雖表現方式不同，但都在想尋求完美化，而自古以來雋永的文學創作，往往來自於作者的情不自禁，而非刻意為文，於是有「絕妙好文，沖筆而出」的衝動 [11]。而這樣的情不自禁，也反映在當丘教授證明了可使凱勒 / 愛因斯坦度量 (Kähler-Einstein metric) 的度量觀得以存在的「卡拉比猜想」時，內心湧現「落花人獨立，微雨燕雙飛」的情感 [12]，有異曲同工之妙。故，文學之於數學的意義：文學透過文字的力量，讓數學在符號的禁錮中，把真摯情感舒解出來；文學提供詩歌的意境，讓數學在抽象的玄思裡，找到得以寄託至情至愛的地方。

## 結語

數學詩文是透過文字創作來傳遞數學知識的敘事，讓人們可以藉由感性文字了解理性數學，讓生活與數學連結，也是一種數學溝通的方式。打動人心的數學詩文可以讓人們同時看見數學的真、體會文字的美、感受敘事的善。但，數學詩文創作不能取代數學學習，數學學習仍需按部就班，多接觸文學、歷史，除了可以幫助人們開拓思路，亦可加深對數學的理解。在「文以載數創作獎」作品中，我們看到學生把內心的渴望，在數學找到不模糊、可依靠的數學概念，而利用文字將情感呈現。技專院校學生或許學不到很高深的數學知識，但在數學詩文創作，他們一樣可以依著所學的數學，傳達情感，讓不確定的心找到歸屬，而形塑出一個數理人文世界。故，我們期許數學詩文讓人們看到數學可以有人文面向，有著人文的關懷；我們更期待數學詩文啟發人們另一種做數學的方式，也就是可以透過數學詩文去證明存在一個「理有所依，情有所達，心有所歸」的人文數學世界，進而發現：數學，如詩蕩漾美麗！ ☺

本文參考資料請見〈數理人文資料網頁〉  
<http://yaucenter.nctu.edu.tw/periodical.php>

## 延伸閱讀

► <http://www.gen.ncut.edu.tw/files/11-1028-4585.php>  
這是技專院校「文以載數創作獎」歷年得獎作品的網站。