

從三角形到流形

● 作者：陳省身 ● 譯者：尤承業

作者簡介：陳省身（Shiing Shen Chern，1911年10月28日～2004年12月3日），生於浙江嘉興秀水縣，美籍華裔數學大師，第一屆中央研究院院士，同時是法國科學院、義大利國家科學院、英國皇家學會和中國科學院的外籍院士。他是20世紀最偉大的幾何學家之一，也是最有影響力的數學家之一。於1982年在伯克萊大學退休後，建立了美國國家數學科學研究所（MSRI）。1984年獲頒沃爾夫數學獎，是第一位得到沃爾夫獎的華裔數學家。國際數學聯盟（IMU）為了紀念陳省身的卓越貢獻，在2014年還特別設立了陳省身獎（Chern Medal）作為國際數學界最高級別的終身成就獎，這是第一個以華人為名的國際數學重要獎項。

本文深入淺出的回顧了大域微分幾何學的發展，闡述了運用拓樸學的工具，如何推進偏微分方程、大域分析學、粒子物理中的統一場論和分子生物學中的DNA理論等的發展。作者著重的指出局部的和大域的拓樸性質之間的聯繫，強調「歐拉示性數是大域不變量的一個源泉」，並鑒於「所有已知的流形上的大域結構極大多數是與偶維相關的」，作者希望奇維的流形將受到更多的注意。

一、幾何

我知道大家想要我全面的談談幾何：幾何是什麼；這許多世紀以來它的發展情況；它當前的動態和問題；如果可能，窺測一下將來。這裡的第一個問題是不會有確切的回答的。關於「幾何」這個詞的含義，不同的時期和不同的數學家都有不同的看法。在歐幾里得看來，幾何由一組從公理引出的邏輯推論組成。隨著幾何範圍的不斷擴展，這樣的說法顯然是不夠的。1932年大幾何學家威布倫（Oswald Veblen）與懷海德（John Whitehead）說：「數學的一個分支之所以稱為幾何，是因為這個名稱對於相當多的有威望的人，在感情和傳統上看來是好的。」[1] 這個看法，得到了法國大幾何學家埃里·卡當（Élie Cartan）的熱情贊同[2]。一個分析學家，美國大數學家柏克霍夫（George Birkhoff），談到了一個「使人不安的隱憂：幾何學可能最後只不過是分析學的一件華麗的直觀外衣」[3]。最近我的朋友威伊（André Weil）說：「從心理學角度來看，真實的幾何直觀也許永遠不可能弄明白的。以前它主要意味著三維空間中的形象的了解力。現在高維空間已經把比較初等的問題基本上都排除了，形象的了解力至多只能是部分的或象徵性的。某種程度的觸覺的想像也似乎牽涉進來了。」[4]

現在，我們還是拋開這個問題，來看一些具體問題為好。