

龐卡赫的水晶球

評龐卡赫的 1908 年〈數學的未來〉演講

● 作者：戴維斯（Philip Davis）、曼弗德（David Mumford）

● 譯者：翁秉仁

作者簡介：

戴維斯（1923 ~ 2018）是美國布朗大學的應用數學退休榮譽教授，是數值分析與逼近理論領域的著名應用數學家，也以數學史與數學哲學的研究聞名。

曼弗德現為哈佛大學與布朗大學退休榮譽教授，研究領域是代數幾何與圖形視覺與模式理論。曾獲頒費爾茲獎（1974）、麥克阿瑟獎（1987）與沃爾夫獎（2008）。

1

1908 年 4 月 10 日，在羅馬舉行的第四屆世界數學家大會上，達布（Gaston Darboux）為龐卡赫（Henri Poincaré, 1854 ~ 1912）宣讀題為《數學的未來》（*L'avenir des Mathématiques*）的演講（十分可惜龐卡赫無法親自到場發表）。原文可在網上找到如：

<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k17083c/f934n10.capture>。

從演講當時到今天已經整整一世紀，從歷史的動蕩年月和其後數學豐碩的成就來看，檢視龐卡赫文章內容如何形塑演變，想必頗饒趣味（和消遣）。龐卡赫講稿早有英譯本，在網路上可以下載 pdf 或 html 格式的譯稿，本文所述乃基於後者：

http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Extras/Poincare_Future.html
或 <http://portail.mathdoc.fr/BIBLIOS/PDF/Poincare.pdf>。

龐卡赫演講分為兩部分：第一部分是綜述，第二部分則提出十個不同領域內的許多具體問題，描述這些問題的現況，並提出後續值得研究的特定建議。第一部分的文字生動明白，第二部分則不然，但令人印象深刻的是龐卡赫掌握廣泛數學材料的能力。

龐卡赫的演講應該與稍早希爾伯特（David Hilbert, 1862 ~ 1943）的演講相互比較和對照。1900 年，希爾伯特在巴黎召開的第二屆世界數學家大會上，具體提出 23 個重要且當時尚未解決的數學問題。歷史上對於希爾伯特 23 個問題，盛讚有之，卻也不乏負評。反觀沒有提出具體問題的龐卡赫演說，就不那麼受公眾矚目，聲名僅限於數學圈。

龐卡赫的綜述

首先，對龐卡赫論文的第一部分簡單總結如下：他指出有人認為 1908 年的數學具有豐沛的概念，在「所有方向」皆取得發展。但龐卡赫又說如果這真的是正確描述，那麼「我們的富裕將變成負擔」，反而產生難以整體理解的知識成長。研究素材過量的一道解方是專業化，但這也可能是「阻撓我們科學進展的障礙」。相反的，他申明我們必須透過尋求統一的概念來制衡專業化的傾向。

一項新結果如果有價值，那是因為它能將那些至今分散又看似無關的陳舊要素連結在一起，為原本明顯紊亂的場域突然帶來秩序。

龐卡赫很欣賞維也納物理學家和哲學家馬赫（Ernst Mach, 1838 ~ 1916），他引用馬赫的話說：「科學的功能是產出簡約的思想，就像機器產出有效益的勞動一樣。」龐卡赫將這個想法貫徹到數學中，包括簡明的公式與統一性的理論。

龐卡赫進一步斷言，審美要素往往與思想或勞動能達成簡約並蒂而生。因此方法和結果中的審美要素極為重要。它並不只是「浮面裝飾」，因為審美也帶來「對全體和部分的同時理解」。龐卡赫認為光靠冗長的計算不足以揭露原來問題的廣泛結構：

當某個冗長計算導致簡潔又驚人的結果時，我們