

# 廣義相對論中時空的幾何與質量

● 作者：丘成桐 ● 譯者：鮮于中之

## 作者簡介

丘成桐為哈佛大學數學與物理教授，費爾茲獎、克拉克福得獎、沃爾夫獎、馬賽爾·格羅斯曼獎得主，中央研究院院士。科普著作有《丘成桐談空間的內在形狀》，並為《數理人文》主編。

## 廣義相對論的源起

愛因斯坦建立廣義相對論，是爲了將新近的狹義相對論與牛頓的重力理論融爲一體。他在 1915 年完成了這項艱鉅的任務。多數物理學家都認爲這是人類科學史上最富創造力的傑作。今天，我現在將試著把這個理論的若干內容和各位分享。

廣義相對論的重要基礎是等效原理（equivalence principle）。這個原理的發展本身就有很長的歷史。

伽利略用實驗展示了，由萬有引力導致的物體加速運動，與該物體本身的質量無關。

後來，愛因斯坦在 1907 年說：

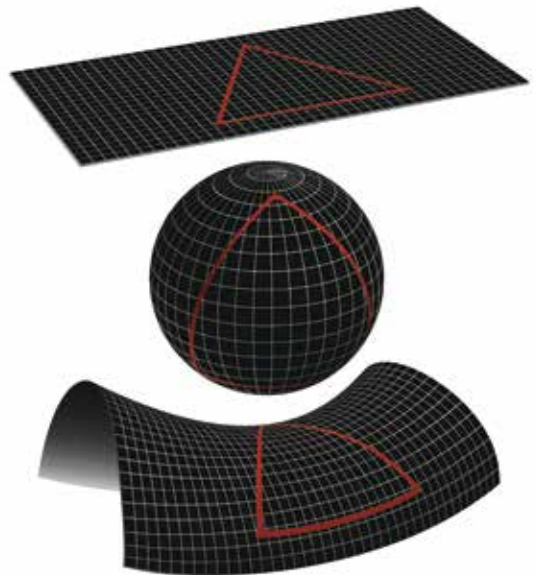
我們假設重力場和對應參考系統的加速度在物理上完全等價。小質點在重力場中的運動，只依賴其在時空中的初始位置和速度，而其組成無關。在自由落體的實驗室中的任何局部實驗，不論是否關於重力，其結果都與自由降落實驗室在時空中的位置與速度無關。

愛因斯坦因而意識到，在他打算發展的新重力理論中，重力定律應獨立於觀察者。但爲了構造這樣的理論，他需要一套數學框架將這種想法與觀測聯繫起來。

愛因斯坦的偉大工作得益於許多幾何學家的幫助。他和格羅斯曼（Marcel Grossmann）都是偉大的幾何學家與物理學家閔可夫斯基（Hermann Minkowski）的學生。他還先後與李維奇威塔（Tullio Levi-Civita）、希爾伯特（David Hilbert），以及諾特（Emmy Noether）有過交流。

但最重要的是，愛因斯坦的這項劃時代貢獻得益於 19 世紀末偉大的數學家黎曼（Bernhard Riemann）的空間概念。

在黎曼之前，只有三類空間：歐幾里得空間、球空間、雙曲空間。這些空間都由單個坐標系統描述。



（修改自 NASA/WMAP Science team）

這與牛頓的時代非常類似，那時，人們認爲宇宙是靜態的。然而，黎曼在他 1854 年的著名論文〈關於幾何學基礎的假設〉<sup>1</sup>（Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen）中，根本改變了空間的概念。

<sup>1</sup> 編註：David Wilkins 重新排版校對的德文原文 <https://www.emis.de/classics/Riemann/Geom.pdf>  
1873 年 William Clifford 英文翻譯 “On the hypotheses which lie at the foundations of geometry”, *Nature*, Vol. VIII. Nos. 183, 184, pp. 14-17, 36, 37。