

數學史：為什麼，怎麼看

●作者：安德烈·威伊（André Weil）●譯者：席南華 ●校對：陸柱家

作者簡介

威伊（1906～1981）是一位在 20 世紀有影響力的數學家，以其在數論與代數幾何基礎性的研究工作而著名。他在 1979 年獲頒沃爾夫獎，1980 年京都獎。他是布巴基社群（Bourbaki group）的創始成員，也是早期的實質領導者。

數學史為誰寫

我的第一點將是顯而易見的。某些學科的整個歷史就由我們當代的幾個人的回憶錄組成，相比之下，數學不僅有歷史，而且有很長的歷史，至少大約始於歐德莫斯（Eudemus 或 Eudemos）¹（亞里斯多德〔Aristotle〕的學生），數學史就被寫成文字。於是，「為什麼」這個問題可能是多餘的，或者表述成「為誰」更合適。

一般的歷史書為誰而寫？為受過教育的普通人，如希羅多德（Herodotus）² 所為？為政治家和哲學家，如修西提底斯（Thucydides）³ 所做？為自己的史學家同行，如現在大多數的情況？藝術史家的合適讀者是什麼人？他的同事，或大眾藝術愛好者，或藝術家（藝術史家似乎對他們沒什麼用處）？音樂史怎麼樣呢？它主要關注音樂愛好者，或作曲家，或表演藝術家，或文化史家，或是完全自立的學科，僅限於從業者鑒賞？類似的問題已在顯赫的數學史家，康托爾（Moritz Cantor）⁴、恩內斯特勒姆（Gustaf Eneström）⁵、唐內里（Paul Tannery）⁶ 中熱烈的爭執多年。像對大多數其他話題一樣，萊布尼茲（Gottfried Leibniz）早已有話要說：

「歷史學的用處不只是可以給每一個人應得的公道以及其他人可以期盼類似的稱讚，也通過輝煌的事例促進發現的藝術，昭示其發現的方法。」²

人應該被永久的聲望這一前景驅勵至更高的成就當然是一個從古代傳承下來的經典主題，比起先祖我們似乎變得對此不太易受影響，儘管它或許就沒那麼發揮威力。至於萊布尼茲的說法的後面一部分，其旨意是清楚的。他想要科學史家首先要為有創造力或將有創造力的科學家而寫。他在寫作回顧其「最高貴的發明」微積分時在腦海中就是以那些人為讀者。

另一方面，如康托爾注意到那樣，在處理數學史時，可以把它看作一個輔助性的學科，意指為真正的歷史學家提供根據時間、國家、主題和作者等整理的數學事件的可靠編目。於是，數學史是技術和手工藝史的一部分，且是不太顯要的部分，從而整個的從外部看待它是合理的。研究 19 世紀的一個史學家需要知道一些關於鐵路機車帶來的進步的知識，為此他必須依靠專家，但他不關心機車如何工作，也不關心投入到創立熱力學的艱苦巨大的才智努力。類似的，航海表和其它航海輔助技術的發展對研究 17 世紀英格蘭史的專家並非無足輕重，但

¹ 編註：參見第 16 頁人物小辭典，下同。

² 註：“Utilissimum est cognosci veras inventionum memorabilium origins, praesertim earum, quae non casu, sed vi meditando innotuere. Id enim non eo tantum prodest, ut Historia literaria suum cuique tribuat et alii ad pares laudes invitentur, sed etiam ut augeatur ars inveniendi, cognita methodo illustribus exemplis. Inter nobiliora hujus temporis inventa habetur novum Analyseos Mathematicae genus, Calculi differentialis nomine notum...”（*Math. Schr.*, ed. C. I. Gerhardt, t. V, p. 392）。

譯自：Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Helsinki, 1978. History of mathematics: why and how, André Weil. Copyright © the Finnish Academy of Science and Letters. All rights Reserved. Reprinted with permission.

芬蘭科學與文學院授予譯文出版許可。本文原載於《數學譯林》2002 年第 2 期第 163～172 頁。一位上海 IT 從業者趙磊先生來函指出了文中一些錯誤（主要是希臘人名的拉丁文表示的問題）。現趁此轉載機會將這些錯誤改正，也向趙先生表示衷心的感謝。

牛頓（Issac Newton）在其中的作用至多給他提供一個腳註；牛頓作為鑄幣廠的監管人^③，或也許作為一個顯赫貴族的情婦的叔叔，比起牛頓作為數學家，更接近他的興趣點。

換個角度看，數學偶爾可以作為某種「示蹤物」（tracer）提供給文化史家以研究各種文化的互相影響。隨著這個角度，我們來到更接近我們數學家真正興趣所在的事情；不過，即使這兒，我們的看法和專業的歷史學家有很大的差別。對他們而言，一枚在印度某地發現的羅馬錢幣有顯著的意義，但一個數學理論幾乎不會這樣。

這並不是說，一個定理，甚至在相當不同的文化環境，不會屢次被重新發現。某些冪級數展開似乎獨立的在印度，日本，歐洲被發現。佩爾方程（Pell's equation）^④的求解方法在12世紀的印度被婆什迦羅（Bhāskara）^⑦闡述，然後，在1657年，因接受費馬（Pierre de Fermat）^⑧的挑戰，再度被沃利斯（John Wallis）^⑨和布朗克（William Brouncker）^⑩闡述。人們甚至能為這樣一種看法提出論據，類似的方法可能希臘人，也許阿基米德（Archimedes）自己，已經知道；例如唐內里提議，印度人的解法可能具有希臘身世；迄今，這必定仍然是一個沒用的推測。當然沒人會提出在婆什迦羅和我們17世紀的作者之間有聯繫。

另一方面，鏤形文字記載的二次方程代數求解方法，披著幾何的外袍，卻壓根兒沒有任何幾何動機，在歐幾里得那兒再次現身，數學家會發現把後一種論述稱作「幾何代數」是合適的，並傾向於假設它與巴比倫有聯繫，即使缺乏任何具體的「歷史」證據。沒人索要文獻以證實希臘文、俄文和梵

文的共同起源，或提出理由反對將它們定為印歐語言。

數學史的价值

現在是時候，離開那些普通人及其他學科專家的觀點和意願，回到萊布尼茲的觀點，本質的，也從我們數學家自利的角度考慮數學史的价值。僅僅略微偏離萊布尼茲，可以說它對我們的首要用處是把一流數學工作的「輝煌的例子」放置或保持在我們眼前。

但這使得史學家必需麼？或許不。艾森斯坦（Ferdinand Eisenstein）^⑪很小的時候通過閱讀歐拉（Leonhard Euler）和拉格朗日（Joseph-Louis Lagrange）的著作愛上數學，沒有史學家告訴他這麼做或指導他閱讀。不過比起現在，在他那個時期數學以不那麼忙碌的步伐前進。誠然，一個年輕人現在可以在其同代人的工作中尋找榜樣和激勵，不過很快就會發現這有嚴重的局限。另一方面，如果想回溯更遙遠的過去，他可能發現自己需要一些指點，是史學家的職責，或至少是對歷史有感知的數學家的職責，給予指點。

史學家還能在另一方面起作用。在想要學習當代工作時，憑經驗我們都知道從個人的相識獲益多少；那些大大小小的會議幾乎沒有任何其它的目的。過去的偉大數學家的生活可能多是沉悶不那麼

③ 校註：牛頓在其53歲時任鑄幣廠監督，3年後任廠長。

④ 校註：佩爾方程，實由費馬提出；後歐拉誤為由佩爾（John Pell）提出，並寫入其著作中，故後人皆稱其為佩爾方程。

激動人心的，或可能在普通人看來似乎如此；對我們而言，他們的傳記在生動再現這些大家和他們的環境以及他們的論著這方面的價值不小。關於阿基米德，除了已推斷的他在敘拉古（Syracuse）保衛戰）^⑤中所起的作用外，哪位數學家不想知道更多呢？如果我們手頭僅有歐拉的論著，對歐拉的數論工作的認識會是完全同樣的麼？歐拉在俄國定居，和哥德巴赫（Christian Goldbach）信件來往，偶然瞭解到費馬的工作，在很久後的晚年開始與拉格朗日通信談數論和橢圓積分，我們讀這樣的故事不是無窮多的更有趣麼？通過他的信件，這樣的偉人就成了與我們近在咫尺的相識者，我們不應為此而愉快麼？

研究數學史的戰術與戰略

然而，到目前為止，我僅僅觸及了主題的表面。萊布尼茲勸告研讀「輝煌的例子」，不只是爲了美的愉悅享受，而且主要是爲了「促進發現的藝術」。在這一點上，就科學的事情而言，需要清楚區分戰術與戰略。

所謂戰術，我理解爲，科學家或學者在特定的時段裡對手頭可用工具的日常運用，這最好從稱職的教師那兒和研讀當代工作中學會。對數學家，可能包括一會兒用微分學，一會兒用同調代數。對數學史家，戰術上和通史學家有很多的共同之處。他必須尋找源頭上，或盡實際可能接近源頭的資料證據；第二手的信息價值甚小。在有些研究領域，人們必須學會獵取和閱讀原稿；在其他的領域人們可能滿足於發表的書面材料，然而它們的可靠與否這

一問題就必須總要放在心上。一個不可缺少的要求是對原始資料的語言具有足夠的學識。所有歷史研究的一個基本和明智的原則是：在原件可獲得的情形下，翻譯永遠不能替代原件。幸好，除了拉丁和現代西歐語言外，15世紀後的西方數學史極少需要其他語言知識；對很多的目的，法語、德語，有時英語甚至可能就足夠了。

與戰術截然不同，戰略意指識別主要問題的藝術，從問題的切入點處攻關，建立未來的推進路線。數學戰略關注長期目標，需要對大趨勢和想法認識的長期演變有深刻的理解。這幾乎無法區分於恩內斯特勒姆時常描述的數學史的主要目標，就是，「數學思想，從歷史的角度考慮」，^⑥或如唐內里說的那樣，「思想的源流和一系列相關的發現」。^⑦那兒有我們正在討論的學科的精髓，一個幸運的事實是，根據恩內斯特勒姆和唐內里，數學史家首先要注意的方面也是一個對那些要超越日常工作的數學家有最大價值的方面。

誠然，我們得出的結論沒什麼實質的內容，除非我們在什麼是和什麼不是數學思想上達成一致。關於這一點，數學家幾乎無意請教外人。用豪斯曼

^⑤ 校註：公元前 215 年，羅馬軍隊以艦隊攻打阿基米德的出生地港口敘拉古。據傳說，阿基米德率領民眾利用槓桿原理製造了可分遠近距離的投石器，利用它射出各種飛彈和大小石塊；利用凹面鏡聚焦陽光焚燒了羅馬戰船；阿基米德又利用槓桿原理設計了大型反艦起重設備，用巨大的抓鉤把戰船抓起再將其傾覆於海中。這樣，敘拉古保衛戰持續了 3 年，終於在公元前 212 年被羅馬人攻破了城牆。破城時（臨終前），阿基米德正專心致力於數學問題的研究，他傲慢的對羅馬士兵說：「別把我的圖弄壞了！」

^⑥ 註：“Die mathematischen Ideen in historischer Behandlung”（*Bibl. Math.* 2 (1901), p. 1）。

^⑦ 註：“La filiation des idées et l'enchaînement des découvertes”（P. Tannery, *Oeuvres*, vol. X, p. 166）。

(Alfred Housman) ¹² (在被要求定義詩時) 的話說，數學家可能無法定義什麼是數學思想，但當嗅探某個他知道的思想時，他覺得會清楚它是否為數學思想。他不大可能看到一個數學思想，比如，在亞里斯多德關於無限的推測中，也不會在中世紀的許多思想家關於同一主題的推測中，即使其中有些在數學上比亞里斯多德的有趣得多；無限成為數學思想是在康托 (Georg Cantor) 定義了等勢集 (equipotent set) 並證明了一些定理後。希臘哲學家關於無限的觀點本身可能是很有意思的，但我們真的相信它們對希臘數學家的工作有很大的影響？我們被告知，由於它們，歐幾里得不得不避免說存在無限多個素數，必須以不同的方式表達這個事實。那又怎麼會，幾頁之後，他說道「存在無限多條線」⁸ 與給定的線不可共測 (incommensurable)？有些大學為「數學的歷史和哲學」設立了教職，我難以想出來這兩個學科有什麼共同點。

不那麼清晰的是這個問題，何處「普通概念」(common notions, 用歐幾里得的詞語) 止步，何處數學開始。前 n 個整數之和的公式與「畢氏 (Pythagorean)」的三角數概念密切相關，肯定值得稱為一個數學思想；但對初等的商業算術，自古代的眾多的關於這一主題的教科書到歐拉關於這一主題的混飯吃之作，它都現身，我們應該說啥？正二十面體的概念顯然屬於數學，對立方體這一概念、矩形、圓（可能與輪子的發明是分不開的）也能這樣說麼？此處有一個介於文化史和數學史之間的模糊地帶；在哪兒劃定界限不那麼重要。所有的數學家能說的是，越近於穿過界限，他的興趣往往

會搖擺。

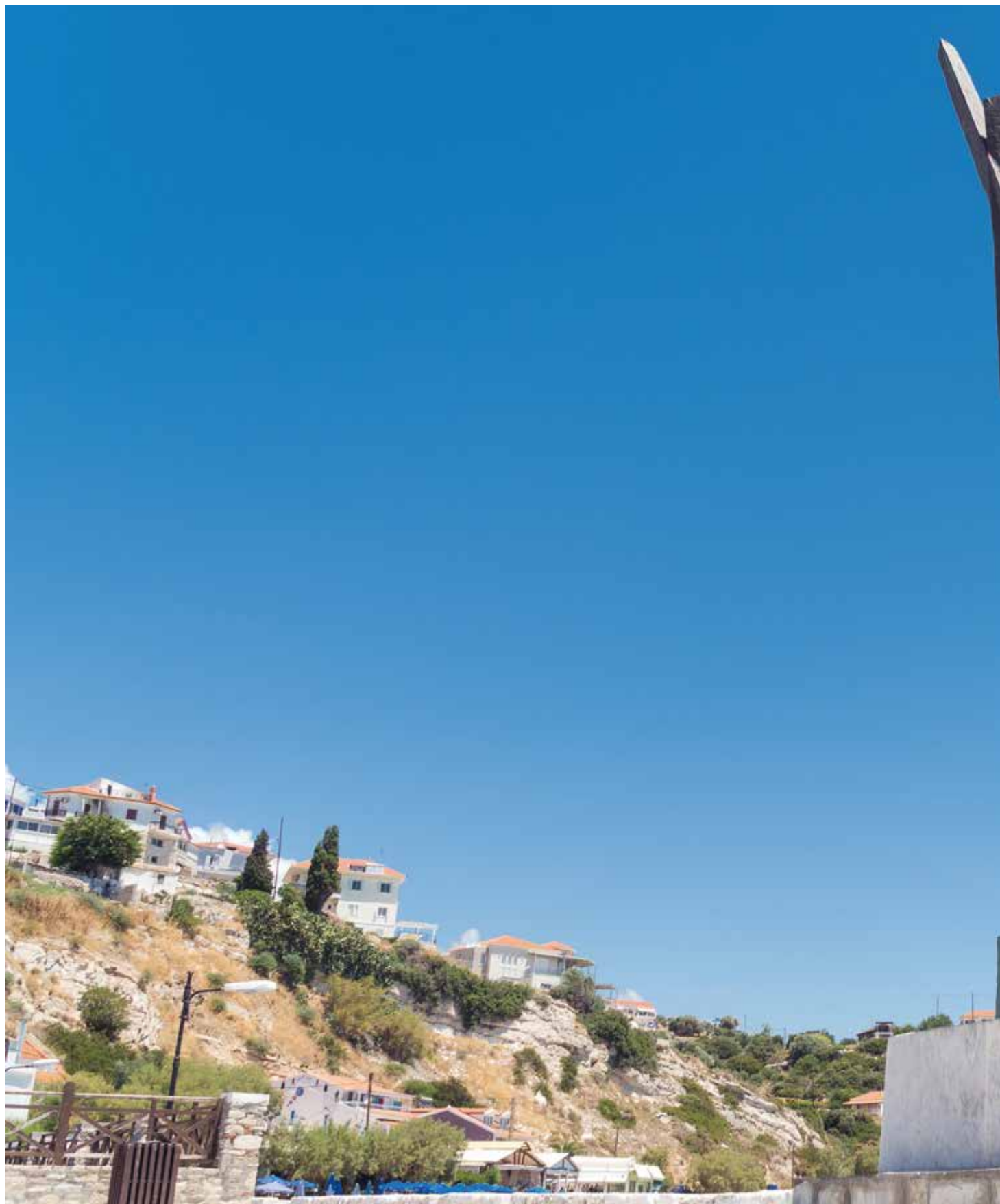
數學史的研究對象

然而，一旦我們同意數學思想是數學史真正的研究對象，可能會得出一些有用的結論，其中一個由唐內里表述如下（同 ⁷，第 164 頁）。沒有任何疑問，他說，一個科學家如果能夠擁有或獲得在其科學的歷史上做出傑出工作所需的全部素質；他作為科學家的才能越大，很可能他的歷史工作會做得越好。作為例子，他提到了沙勒 (Michel Chasles) ¹³ 於幾何，拉普拉斯 (Pierre-Simon Laplace) ¹⁴ 於天文，貝特洛 (Pierre Berthelot) ¹⁵ 於化學；或許他也想到了其朋友佐伊登 (Hieronymus Zeuthen) ¹⁶ 他很可能會援引雅可比 (Carl Jacobi)，如果雅可比活著的時候發表了其歷史工作。⁹

但例子幾乎沒有必要。的確，很明顯，識別模糊或不成熟形式的數學思想，現身光天化日下之前在許多被認為是恰當的假像下追蹤它們的能力，最有可能是與比平均數學天賦更好的天賦連在一起的。更有甚者，它是這種天賦的一個主要成分，因為發現的藝術，很大程度上在於牢牢抓住「在空氣中」的模糊想法，有的在我們周圍飛，有些（援引柏拉圖 [Plato] 的話）漂浮旋繞在我們自己的頭腦中。

⁸ 註：Ὑπάρχουσιν εὐθείαι πλῆθει ἄπειροι (Bk. X, Def. 3)。

⁹ 註：雅可比在學生時期，曾在古典語言學和數學之間猶豫不決；他始終對希臘數學和數學史保持深厚的興趣；其關於這一主題的著作的若干摘錄已由柯尼斯柏格 (Leo Koenigsberger) 發表於他寫的雅可比傳記中（順便提一下，這是一本以數學為導向的偉大數學家傳記的好範本）：見 Leo Koenigsberger, *Carl Gustav Jacob Jacobi*, Teubner, 1904, pp. 385-395 和 413-414。



矗立於畢達哥拉斯故鄉希臘薩摩斯島（samos）畢達哥里奧港（Pythagorio）東端碼頭的畢達哥拉斯青銅紀念碑。該紀念碑是由藝術家伊卡洛斯（Nikos Icarus 1920 ~ 1994）所製作



的。雕像的三角形是引述畢氏定理，底座和斜邊上佈滿了蘊含畢達哥拉斯的科學和哲學理論的符號。（Pixabay，Matthias Groeneveld 攝）

一個人應該掌握多少數學知識才能做數學史？根據一些人的說法，所需的比計劃寫的那些作者所知的差不多；¹⁰ 有些人甚至說，知道的越少，在以開放的心態閱讀那些作者和避免時代誤植上就準備得更好。事實上恰恰相反。沒有遠超其表面主題的知識，幾乎都不可能做到深刻理解任何特定時期的數學。更常見的是，讓它有趣的正是那些早期出現的概念和方法註定只是在後來顯現在數學家的自覺意識中；歷史學家的任務是分離它們並追蹤它們對後續發展的影響或沒有影響。時代誤植在於把這種顯意識知識歸因於某個從未有過這種知識的作者；把阿基米德看作為積分和微分學的先驅，其對微積分的奠基人的影響幾乎不可能被高估，和想從他身上看見，正如有時所做的那樣，一個微積分的早期實踐者，這兩者之間有巨大的差別。另一方面，把迪沙格（Girard Desargues）¹⁷ 看做是圓錐曲線的射影幾何的創始人不存在時代誤植，但歷史學家必須指出他的工作和帕斯卡（Blaise Pascal）¹⁸ 的，不久就陷入最深的被遺忘，只是在彭斯勒（Jean Poncelet）¹⁹ 和沙勒獨立的重新發現這整個學科後才被拯救出來。

類似的，考慮以下斷言：對數建立介於 0 和 1 之間的數的乘法半群（semigroup）和正實數的加法半群之間的同構。這在比較近期之前是沒有意義的。然而，如果我們把這些詞匯擱在一邊，看這個陳述背後的事實，無疑，在納皮爾（John Napier）²⁰ 發明對數時，它們被他很好的理解了，除了他的實數概念不如我們的清楚；這就是為什麼他必須訴諸運動學概念來澄清他的意思，正如阿基米德出於類似的原因，在他的螺線的定義中所做的那樣。

¹¹ 我們進一步回溯；在歐幾里得的《幾何原本》（*Elements*）第 5 卷和第 7 卷中建立的量的比值和整數的比值理論，由於他稱之為「重比（double ratio）」，我們稱之為比的平方，被看做是群論的早期篇章這一事實是毋庸置疑的。從歷史上看，音樂理論提供了整數比的希臘群理論是有道理的，與埃及那兒分數的純加法處理形成鮮明對比；如果是的話，那兒我們就有純數學和應用數學相互影響的一個早期例子。無論如何，沒有群的概念，甚至帶算子的群（groups with operators）的概念，我們不可能恰當的分析歐幾里得原本第 5 卷和第 7 卷的內容，因為量的比值被處理為乘法群作用在量自身的加法群上。¹² 一旦採用這個觀點，歐幾里得的那些書就失去了神秘的特徵，直接從它們通達奧雷姆（Nicole Oresme）²¹ 和許凱（Nicolas Chuquet）²² 然後到納皮爾和對數，的路線，就變得容易跟隨（參見 NB，第 154 ~ 159 和 167 ~ 168 頁）。這樣做，我們當然不是把群概念歸功於這些作者中的任何一位；也不應把它歸功於拉格朗日，即使他做的是我們稱之為迦羅瓦理論（Galois theory）的東西。另一方面，即使高斯未置一詞，他當然對有

¹⁰ 註：這似乎曾是洛里亞（Gino Loria）的觀點：“Per comprendere e giudicare gli scritti appartenenti alle età passate, basta di essere esperto in quelle parti delle scienze che trattano dei numeri e delle figure e che si considerano attualmente come parte della cultura generale dell'uomo civile”（G. Loria, *Guida allo Studio della Storia delle Matematiche*, U. Hoepli, Milano, 1946, p. 271）。

¹¹ 註：參見 N. Bourbaki, *Eléments d'histoire des mathématiques*, Hermann, 1960, pp. 167-168 和 174：這本歷史隨筆文集，在一個相當誤導的書名下，摘自同一作者的 *Eléments de mathématique*，此後將引為 NB。

¹² 註：歐幾里得是否相信量的比值群獨立於所研究的量的類別仍是一個爭議未決的問題：參見 O. Becker, *Quellenu. Studien* 2 (1933), pp. 369-387。

限交換群有清晰的概念，在其研究歐拉的數論之前就準備好了。

讓我多援引幾個例子。費馬的陳述表明他通過「無限下降法」（infinite descent）的證明，對 $n = 1, 2, 3$ 的情形，掌握了二次型 $X^2 + nY^2$ 的理論。他沒有記錄那些證明；但最終歐拉發展了那個理論，也使用無限下降法，所以我們可以認為費馬的證明與歐拉的沒有太大的差別。為什麼無限下降法在那些情形成功？知道對應的二次域有歐幾里得算法的歷史學家很容易解釋這一點；後者，用費馬和歐拉的語言和記號改寫，正好給出他們用無限下降法的證明，就像霍維茨（Adolf Hurwitz）對四元數算術的證明一樣，類似的改寫，給出歐拉（可能也是費馬）對表整數為 4 個平方和的證明。

再用微積分中萊布尼茲的記號 $\int ydx$ 。他一再堅持其不變的特徵，先是在他與奇恩豪斯（Ehrenfried Tschirnhaus）²³ 的通信中（他顯得壓根兒不懂），然後在 1686 年的《學術學報》（*Acta Eruditorum*）中；他甚至專門用了一個詞（「普遍的」〔universalitas〕）。歷史學家已經熱烈的爭議，什麼時候，或是否，萊布尼茲發現了相對不那麼重要的結果，在某些教科書裡，變得名為「微積分的基本定理」。但是在卡當（Élie Cartan）引入外微分形式，並證明記號 $ydx_1 \cdots dx_m$ 不僅在自變量（或局部坐標）的變換下不變，甚至在拉回下也是不變的，之前，萊布尼茲發現的 ydx 符號的不變性幾乎沒有得到真正的賞識。¹³

現在細看笛卡兒（René Descartes）²⁴ 和費馬之間關於切線引起的爭論（參見 NB，第 192 頁）。笛卡兒，斷然決定，只有代數曲線是適合幾何學家

的課題，發明了一種求這些曲線的切線的方法，基於這個思想，一條可變曲線，與給定的曲線 C 交於點 P 處，當它們的交點方程在對應到 P 處有二重根時，變得在 P 處相切於 C 。不久，費馬用無窮小方法找到擺線的切線後，挑戰笛卡兒用其方法做同樣的事情。當然，他不能做到；笛卡兒就是笛卡兒，他找到了答案（《笛卡兒全集》〔*Oeuvres de Descartes*〕，II，第 308 頁），給了一個證明（「相當短，且相當簡單」，用他為這個情形發明的旋轉的瞬時中心法），補充道他可以提供另一個「更合乎他的口味和更幾何的」證明，但省略了「以免去寫下來的麻煩」；好吧，他說，「這樣的線是力學的」，他已經從幾何中排除了它們。當然，這正是費馬試圖表達的觀點；他知道，笛卡兒一樣知道，代數曲線是什麼，但對他的思考方式和 17 世紀大部分的幾何學家而言，把幾何限制於這些曲線是怪異的。

得以洞見一個偉大數學家的特點和他的弱點是一種清白的快樂，甚至嚴肅的歷史學家自己也無需否認。但從那個事件我們還能得出什麼結論呢？微不足道，只要微分幾何與代數幾何的區別還沒有澄清。費馬的方法屬前者，依賴於局部幕級數展開的前幾項；它為微分幾何和微分學所有以後的發展提供了開端。另一方面，笛卡兒的方法屬於代數幾何，但限制於它，在需要適用於相當任意的基域上的方法之前，是奇怪的。這樣，在抽象代數幾何賦予它完全的意義之前，爭論要點不能被，也確實沒有被恰當的意識到。

¹³ 註：參見 NB，第 208 頁，以及 A. Weil, *Bull. Amer. Math. Soc.* 81 (1975), p. 683。

數學史家與數學家共同的障地

還有另一個原因，為什麼數學史這一行，可以被那些現在或曾經活躍的數學家或至少與活躍的數學家有密切聯繫的人，最佳的從事；各種各樣的誤解並非不常發生，我們自己的經驗有助於保護我們。例如，我們太知道，一個人不應該總是假設一個數學家完全意識到前人的工作，即使當他把它包括在其參考文獻中時；我們當中誰讀過他在自己的作品中列入參考文獻的所有的書？我們知道數學家在他們的工作中很少受到哲學思考的影響，即使他們聲稱嚴肅對待它們；我們知道他們有自己的方式處理基礎問題：交替於滿不在乎的無視和最痛苦的挑剔關注。最重要的是，我們已經瞭解到原創思維與常規推理的差別，數學家常覺得為了記錄他必須寫出常規推理以取悅同行，或者也許只為取悅他自己。一個冗長費力的證明可能是作者在表達自己時不那麼貼切的跡象；但更常見的是，如我們所知，這指明他在種種能力的局限下勞作，這些局限阻止他把一些非常簡單的想法直接翻譯成文字或公式。這樣的例子可以給到數不清，從希臘幾何學（可能最終被這樣的局限所扼制）到所謂的 ε 語言到布巴基，他甚至有一次考慮在這類證明的頁邊空白處用一個特殊的符號警示讀者。嚴肅的數學史家的一項重要任務，有時也是最難的之一，正是要從過去的偉大數學家的作品中真正新的部分篩出這樣的常規內容。

當然數學天賦和數學經驗不足以成就合格的數學史家。再次援引唐內里（同 ⑦，第 165 頁），「首先需要的是對歷史的一種品味；一個人必須形成一

種歷史感」。換句話說，要求一種理智上同情的素質，擁抱過去的時代，同樣擁抱我們自己的時代。即使是相當傑出的數學家也可能完全缺乏這種素質；我們中每個人也許都能說出幾個堅定拒絕瞭解自己工作以外的任何工作的人。也有必要不屈從這樣（對數學家是自然）的誘惑，在過去的數學家中專注於最偉大的，忽略只有次要價值的工作。即使從審美享受的角度來看，持這樣的態度可能失去很多，如同每一位藝術愛好者所知；從歷史上看，它可以是後果極嚴重的，因為在缺乏合適的環境下，天才罕有茁壯成長的，對後者的一定的瞭解是恰當理解和欣賞前者的必要的前提。甚至只要可能，對數學發展的每個階段在使用的教科書應仔細檢查，以便發現，在某個特定的時間，什麼是以及什麼不是常識。

記號也有其價值。即使它們表面上看來不重要，它們可能為歷史學家提供有用的指針；例如，當他發現多年來，甚至現在，字母 K 都被用來表示域，並且德語字母表示理想，他的任務的一部分是解釋為什麼。另一方面，經常出現記號與主要的理論進展分不開的情況。代數記號緩慢發展是這樣的情況，最終在韋達（François Viète）和笛卡兒手上完成。萊布尼茲（也許是有史以來最偉大的符號語言大師）對微積分的高度個人創造的記號又是這樣的情況；正如我們已經看見，它們表徵萊布尼茲的發現那麼成功以致後來的歷史學家，被這些記號的簡潔欺騙，沒有注意到其中的一些發現。

於是，歷史學家有他自己的任務，即使它們與數學家的那些任務重疊，有時也可能與之一致。例如，在 17 世紀發生，一些最優秀的數學家，在除

了代數學以外任何數學領域都缺乏直接的前輩，有許多工作要做，在我們看來，很多會落到歷史學家身上，編輯，出版，重構希臘人，阿基米德，阿波羅尼奧斯（Apollonios）²⁵，巴卜斯（Pappus）²⁶，丟番圖（Diophantus）²⁷的工作。甚至現在，不必提及更古老的作品，在研究 19 世紀和 20 世紀的產出，歷史學家和數學家並非不常見的會發現他們自己在共同的陣地上。從我自己的經驗，我可以就在高斯和艾森斯坦中找到的建議的價值作證。白努利數（Bernoulli's number）的庫默爾同餘（Kummer's congruence），多年被看做僅是好奇後，在 p 進 L 函數的理論中煥發新生，費馬關於無限下降法用在虧格 1 的丟番圖方程研究中的思想已在同樣主題的當代研究中證明其價值。

那麼，當都在研究過去的工作的時候，什麼把歷史學家區別於數學家？沒有疑問，部分的，他們的技術，或者，如我提出說成，他們的戰術；但主要的，也許，他們的態度和動機。歷史學家傾向於把他的注意力引向更遙遠的過去和更多種類的文化；在這樣的研究中，數學家可能發現從中除了得到審美滿足和間接發現的樂趣之外幾乎沒有什麼益處。數學家傾向於帶著目的閱讀，或者至少希望由此產生富有成效的建議。這裡我們可以引用雅可比在年輕時關於一本剛讀過的書的話：「直到現在，他說，每當我學習了一件有價值的工作，它就激發我原創性的想法；這次結果很是兩手空空」。¹⁴ 如狄利克雷（Lejeune Dirichlet）所注意的，我從他那兒借用了這段引語，諷刺的是，所說的這本書正是勒讓德（Adrien-Marie Legendre）的《積分練習》（*Exercices de calcul intégral*），裡面有橢圓積分的

工作，很快就為雅可比最偉大的發現提供了靈感；但那些話是典型的。數學家去閱讀最主要是為了激發他的原創性（或者，我可以補充說，有時不是那麼原創的）思想；我認為，說他的目的比歷史學家的是更直接的功利主義沒有不公平。然而，雙方基本的職責都是處理數學思想，那些過去的，那些現在的，如果他們能，那些未來的。雙方都能在對方的工作中得到無價的訓練和啟迪。因此我最初的問題「為什麼有數學史？」最後歸結為問題「為什麼有數學？」，幸運的是我未感到被召喚來回答。∞

本文出處

本文原刊登於《數學譯林》2002 年第 2 期第 163 ~ 172 頁。本刊感謝譯者與《數學譯林》同意轉載。

譯者簡介

席南華是中國科學院數學與系統科學研究院研究員，中國科學院院士，現任中國科學院數學與系統科學研究院院長，中國科學院大學數學科學學院院長，曾任中國科學院大學副校長。主要從事代數群與量子群領域的研究，曾獲得過晨興數學獎（2001 年）、陳省身數學獎（2005 年）等獎項。

延伸閱讀

- 博佳佳（Charlotte-V. Pollet）〈希臘真的是數學的誕生地？〉，《數學傳播》44 卷 3 期第 17 ~ 30 頁。
<https://web.math.sinica.edu.tw/mathmedia/HTMLarticle18.jsp?mID=44303>
- 威伊〈關於數學中的類比：一封威伊 1940 年的家書〉，本刊第 16 期第 8 ~ 19 頁。

¹⁴ 註：“Wenn ich sonst ein bedeutendes Werk studiert habe, hat es mich immer zu eignen Gedanken angeregt... Diesmal bin ich ganz leer ausgegangen und nicht zum geringsten Einfall inspiriert worden”（Dirichlet, *Werke*, Bd. II, S. 231）。

人物小辭典

1 歐德莫斯，古希臘哲學家，公元前 370 ～ 公元前 300。他是亞里斯多德的最重要的學生之一，曾與狄奧法都（Theophrastus）一起競選亞里斯多德學派的領袖，但遭失敗。於是，他自己創建了一個獨立的學派——羅德（Rhodes）島學派。他繼承了亞里斯多德的邏輯思想，寫了邏輯分析法和範疇方面的著作，以及《論推理》，可惜均已散失。歐德莫斯在哲學方面的另一項成就是他與別人把亞里斯多德的所有著作收集起來，編成了一本亞里斯多德全集。這對於亞里斯多德思想的傳播起了很大作用。歐德莫斯是歷史上有資料可查的第一位科學史家。

2 希羅多德，古希臘作家和地理學家，被認為是史上第一位歷史學家，公元前約 484 ～ 公元前約 425。希羅多德沒有在一個地方定居，而是將自己的一生從一個波斯領土轉移到了另一個領土，並記錄下所到之處之風情。希羅多德以撰寫記述希臘—波斯戰爭（公元前 499 ～ 公元前 479）的起源和執行的《希臘歷史》而著稱。從其著作中，我們得到「歷史」一詞的現代含義。

3 修西提底斯，雅典的歷史學家和將軍，公元前約 460 ～ 公元前約 400。他的《伯羅奔尼撒戰爭史》（*History of the Peloponnesian War*）記載了公元前 5 世紀的斯巴達—雅典戰爭。在其著作中他採用嚴格公正性和證據收集以及因果關係分析，而沒有提及神靈的干預，因而被其擁護者稱為「科學史之父」；他還被稱為「現實政治流派之父」。

4 康托爾，德國數學史家，1829 ～ 1920。他最重要的作品是四卷本的《數學史講座》（*Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*），出版時間跨度 28 年，從 1880 年到 1908 年，講述了 1200 ～ 1799 年的數學史，被稱讚建立了新學科。1900 年他在巴黎國際數學家大會上做了一小時大會報告。

5 恩內斯特勒姆，瑞典數學家，統計學家和數學史家，1852 ～ 1923。他以引進恩內斯特勒姆指數而聞名，該指數用於識別歐拉的著作，大多數歷史學者通過恩內斯特勒姆指數來應用歐拉的著作；1884 ～ 1914，他部分出資創立了數學史雜誌《數學圖書館》（*Bibliotheca Mathematica*）並為其出版商；在數學史學科，他是康托爾觀點的批判者；他與掛谷宗一（Soichi Kakeya）的恩內斯特勒姆／掛谷定理確定了包含實多項式諸根的圓環。

6 唐內里，法國數學家和數學史家，1843 ～ 1904。雖然唐內里的職業是從事煙草業，但他將一生用於研究數學家和數學發展。1883 年他開始編輯丟番圖的手稿，1885 年他與他人一起開始編輯費馬的作品。之後出版了他的丟番圖和費馬的版本。他還編輯了笛卡兒的工作和書信。他還是 1904 年海德堡國際數學家大會的受邀報告人。

7 婆什迦羅，印度數學家和天文學家，1114 ～ 1185。也被稱為 Bhāskarācārya（婆什迦羅老師），為了避免與婆什迦羅一世（Bhāskara I，600 ～ 約 680）混淆，亦稱為婆什迦羅二世（Bhāskara II）。

其主要著作處理行星的算術、代數、數學、以及球面。他的微積分研究比牛頓和萊布尼茲早了半個世紀，有證據表明，他是微分學某些原理的先驅，也許也是第一個想到微分係數和微積分的人。1981年11月20日，印度空間研究組織（ISRO）發射了一顆 Bhāskara II 衛星以紀念他。

8 費馬，法國數學家，1601～1665。他和笛卡兒各自獨立的發現了解析幾何；並和帕斯卡一起奠定了概率論的基礎；他也曾得到過微積分的某些特性，這些特性後來啟發了牛頓發明了微積分；他也是近代數論的奠基者，以費馬猜想知名。

9 沃利斯，英國數學家，1616～1703。他最先使用負指數和分數指數，並引進了記號 ∞ 和術語「連分數」，也是最早寫學術性數學史的作者之一。微積分之爭中他站在牛頓一方。

10 布朗克，英國數學家，1620～1684。他是英國皇家學會創始人之一，任首任會長（1662～1677）他是歐洲解決佩爾方程的第一人；他利用無窮級數逼近自然對數計算了拋物線和擺線的長度；他用廣義連分數漂亮的給出 $\pi/4$ 和 $4/\pi$ 的表達式，現稱為布朗克公式。

11 艾森斯坦，普魯士數學家，1823～1852。1840年17歲的他就去了柏林大學跟隨狄利克雷學習數學，1843年秋他正式進入柏林大學讀書。1844年1月他就完成了討論雙變量立方形式的論文，

在大學第一年裡他完成了23篇論文，提出了兩個問題，包括橢圓函數和二次互反性，也提出了三次和四次互反性。1847年他就獲得了大學教授資格（Habilitation）。黎曼（Bernhard Riemann）是其講授橢圓函數的學生。1851年他入選哥廷根科學院和柏林科學院。他1844年的論文早於凱萊（Arthur Cayley），第一個提出矩陣的概念。高斯曾說：「只有3位具有劃時代意義的數學家：阿基米德，牛頓，艾森斯坦」。

12 豪斯曼，英國古典學者和詩人，1859～1936。他以其詩集《石羅普郡一少年》（*A Shropshire Lad*）而廣為人知。這些詩甚至吸引了20世紀早期許多英國作曲家為其譜曲。

13 沙勒，法國數學家，1793～1880。1812年入巴黎綜合理工學院，在布阿松（Siméon Poisson，1781～1840）指導下獲博士學位，達布（Jean-Guston Darboux，1842～1917）是其學生。1837年他出版了《幾何學方法的起源和發展的歷史概述》（*Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*），研究了射影幾何中的互易極坐標方法，這項工作使他贏得了名望。他的著作還包括1852年的《高等幾何》和1865年的《圓錐曲線》。他因創立枚舉幾何學領域而獲得英國皇家學會的科普利獎章（Copley Medal），1864年他入選美國藝術與科學學院外籍榮譽會員。他還是法國埃菲爾鐵塔上所列「七十二賢」之一。他的一件糗事是，他曾經信並大量購買偽造的科學家舊書信。

14 拉普拉斯，法國天文學家和數學家，1749～1827。他與拉格朗日（1736～1813）協同工作，證明了只要所有行星都沿同一方向繞太陽運行（確實如此），那麼太陽系行星軌道的總偏心率是常數。他在其不朽著作，五大卷的《天體力學》中總結了引力理論，這樣他就圓滿的完成了牛頓在行星天文學上的工作，因此他被稱為「法國的牛頓」。在1812～1820年間他寫了一部概率論的專著，給出了這一數學分支的現代形式。拉普拉斯最為人所知的是他的星雲假說，簡單的說就是太陽起源於一團旋轉著的巨大星雲。直到20世紀中葉才有更科學的假說替代它。

15 貝特洛，法國化學家和政治家，1827～1907。他在法蘭西學院的博士論文涉及天然脂肪的合成。他使甘油和脂肪酸生成脂肪，使有機合成邁出了決定性的一步。1865年後他系統的合成各種有機化合物，包括甲醇，乙醇，甲烷，乙炔等著名產物。他是第一個合成自然界中所不存在的有機物的人。

16 佐伊登，丹麥數學家，1839～1920。他以圓錐截面的枚舉幾何，代數曲面和數學史聞名。他被公認為中世紀和希臘數學史的專家。他是1897年蘇黎世，1904年海德堡和1908年羅馬國際數學家大會的邀請報告人。

17 迪沙格，法國數學家和工程師，1591～1661。他對透視圖和幾何投影的研究是其之前數百年科學探究的高潮，他被認為是射影幾何學的奠基人之

一。他設計了一套安葬在巴黎附近用於供水的系統，它基於當時未認識到的外擺輪（epicycloid）原理。以他的名字命名了迪沙格定理，迪沙格圖以及月球上的迪沙格火山口。

18 帕斯卡，法國數學家和物理學家，1623～1662。他16歲時出版了一本論圓錐曲線幾何學的書，把1900年前阿波羅尼奧斯所得結果向前推進了一大步。1642年他發明了一種用齒輪做成的可做加減法的計算機，即當今收銀機的祖先。他與費馬一起解決了賭徒提出的問題，奠定了近代機率論的基礎。他發現了現稱為的帕斯卡原理，它是水壓機的基礎。

19 彭斯勒，法國數學家，1788～1867。他在大學畢業後加入軍隊任中尉工程師參與拿破崙的侵俄戰爭，潰退後被俘。他在獄中思考幾何問題來打發時間。1814年他回到法國後其研究成果發表在於1822年出版的射影幾何學的書中，它被認為是近代幾何學的基礎。

20 納皮爾，蘇格蘭數學家，1550～1617。他把數與指數形式聯繫起來，把計算指數表示的方法稱為對數，這個術語一直沿用至今。1614年出版了他的對數表。它對當時科學的衝擊就如同計算機對當代科學的衝擊。他還發明了小數點。

21 奧雷姆，法國中世紀後期的重要哲學家 and 數學家，心理學家，約1320～1382。他提供了亞里斯

多德道德作品的第一批白話譯本，至今仍在使用的。他還把亞里斯多德的倫理、政治和經濟學述作翻譯成法文，並對這些文本進行廣泛評論。他所著的《占卜書》（*Livre de divinations*）批判了占星術。他說第一個證明調和級數發散的數學家，他還研究了分數冪和無限序列機率的概念，在其後 5 個世紀中這些並未獲得發展。

22 許凱，法國數學家，生於 1445 ~ 1455，卒於 1488 ~ 1500。他發明了他自己的代數概念和求冪的記號，並可能是將零和負數識別為指數的第一人。

23 奇恩豪斯，德國數學家，物理學家，醫師和哲學家，1651 ~ 1708。年輕時他喜歡旅遊，在荷蘭他遇到惠更斯（Christiaan Huygens），在英國遇到牛頓，在巴黎遇到萊布尼茲，並與萊布尼茲保持終身的通信。他引進的奇恩豪斯變換可從給定的代數方程中刪除某些中間項。他於 1687 年發表的《醫藥學概論》（*Medicina mentis sive artis inveniendi praecepta generali*）將演繹方法與經驗主義相結合。他還被認為是歐洲瓷器的發明人。

24 笛卡兒，法國哲學家和數學家，1596 ~ 1650。笛卡兒是機械論者，他在 1637 年出版的《方法論》（*Discours de la Méthode*）中，一開始就懷疑所有的事物，懷疑的存在意味著某種正在懷疑的東西的存在，即他自己的存在，也就是「我思故我在」。笛卡兒創立了坐標系，從而創了解析幾何，這種

代數對幾何的應用鋪平了牛頓發展微積分的道路。他還用字母表中開頭一些字母表示常數，用最後一些字母表示變量，並引進指數和平方根的記號。

25 阿波羅尼奧斯，希臘數學家，約公元前 262 ~ 約公元前 190。他可能在阿基米德指導下學習過，並以歐幾里得的傳統寫了歐幾里得未涉及的圓錐曲線的書。

26 巴卜斯，百科全書編纂者，約 290 ~ 約 350。他是古希臘最後一位偉大的數學家之一。他所收集的著作包括了今天我們所知的幾乎所有古希臘數學家。

27 丟番圖，古希臘數學家，約 210 ~ 約 290。他以丟番圖方程和丟番圖逼近著稱。在他之前，古希臘數學的光輝成就是幾何學，而他帶來了代數學上的成就。他也是第一個把有理數做為方程係數或解的希臘數學家。

（陸柱家）