



2024 年阿貝爾獎

2024 年 3 月 22 日挪威科學與文學院宣布本年度的阿貝爾獎 (Abel Prize) 頒給法國國家科學研究中心 (CNRS) 塔拉格蘭 (Michel Talagrand)，以表彰「他對機率論和泛函分析的開創性貢獻，以及在數學物理和統計學中的顯著應用。」

機率論的發展就源自於賭博或風險評估中出現的問題。塔拉格蘭的開創性發現的共同軸是處理和理解我們周圍的隨機過程。對隨機現象的透徹理解在當今是非常重要的。例如，隨機演算法是天氣預報和大型語言模型的基礎。

現代世界是一個隨機事件不斷流動的世界，對隨機性的理解影響著從商業物流到凝態物理的各個層面。塔拉格蘭的大部分研究工作涉及對「高斯分佈」的理解和應用，「高斯分佈」通常被稱為「常態分佈」或「鐘形曲線」。我們的整個生活都遵循著高斯分佈：嬰兒出生時的體重、學生在學校的考試成績以及運動員的退休年齡，這些看似隨機的事件都嚴格的遵循著高斯分佈。

阿貝爾獎是針對塔拉格蘭研究成果的三個特定領域頒發的：

- 隨機過程的上確界 (suprema of stochastic processes) —— 隨機過程會產生一系列隨機值，而「上確界」是從這些值的集合中預期的最大值。如果海浪沖擊海灘的高度是一個隨機過程，那麼了解明年沖擊海灘的最大海浪可能是多少是非常有用的。
- 測度的集中 (concentration of measures) —— 不同於直覺，當一個過程依賴一系列不同的隨機性來源時，不同的隨機因素非但不會變得更加複雜，反而有可能相互補償 (compensate)，

更可預測結果。塔拉格蘭對此給出了精確的量化估計。

- 自旋玻璃 (spin glass) —— 拋開抽象的機率論，「自旋玻璃」是一種抽象的特殊物質模型，原子可以在其中隨機排列，這讓物理學家最初感到非常驚訝。塔拉格蘭利用他的統計學和機率論知識證明了自旋玻璃物質的行為極限，從而完成了帕里西 (Giorgio Parisi) 的 2021 年諾貝爾物理獎研究工作的證明。

塔拉格蘭成為頂級研究員的旅程非比尋常。他於 1952 年出生於法國貝濟耶 (Béziers)，因遺傳性視網膜剝離，五歲時右眼失明。儘管他在里昂長大，對科普雜誌如飢似渴，但他在學校卻遇到了困難，尤其是在法語拼字的複雜規則方面。他的轉捩點出現在 15 歲時，當時他因另一次視網膜剝離而接受緊急治療，這次是左眼。他不得不缺席幾乎一整年的學業。幾乎失明的可怕經歷，以及他的父親在眼睛被包紮的同時努力讓他保持頭腦清醒的努力，讓塔拉格蘭重新集中了注意力。康復後，他成為了一名積極主動的學生，並開始在全國數學競賽中取得優異成績。

不過，塔拉格蘭並沒有走法國天才學生的典型道路：先接受兩年預科學校教育，然後參加全國性的入學考試，進入如巴黎高等師範學校等的菁英大學。但他並沒有這樣做，而是在法國里昂大學學習，然後 1974 年起在巴黎的 CNRS 擔任全職研究員，他在那裡做了十多年的初級工作。除了在加拿大短暫停留過一段時間，之後又去了美國，並在那裡遇到了他的妻子之外，他一直在 CNRS 工作，直到 2017 年退休。

塔拉格蘭於 2004 年當選為法國科學院院士，並於 2011 年榮獲法國榮譽軍團騎士勳章。他曾多次獲獎，包括 2019 年的邵逸夫數學獎。



2024 年邵逸夫數學科學獎

邵逸夫獎基金會於 2024 年 5 月 21 日在香港舉辦新聞發佈會，公佈了 2024 年度數學科學獎由美國普林斯頓高等研究院數學學院的 Gopal Prasad 講座教授及美國普林斯頓大學數學 Eugene Higgins 講座教授薩納克 (Peter Sarnak) 獲獎，以表彰他將數論、分析、組合、動力學、幾何和譜理論結合起來，發展出薄群 (thin group) 的算術理論和仿射篩法 (affine sieve)。

約西元前 300 年，歐幾里得定理就說明了「任何大於 1 的自然數都可以分解成質因數的乘積，而且有無窮多個質數。」研究質數的分佈自古希臘起就是數論研究的核心課題！

數學家們尋求一些多項式函數 $f(x)$ ，使得有無窮多個整數 x ， $f(x)$ 是質數。由歐幾里得定理可知 $f(x) = x$ 便是符合這條件的函數之一。如果將問題的範圍擴大，要求函數 $f(x)$ 的值是殆質數 (almost prime，具有〔有限多個〕質因數的自然數)，也就是說，對於無窮多個整數 x ， $f(x)$ 的值是有限多個質數的乘積。例如，孿生質數猜想可以這樣表述：「對於無窮多個整數 x ，函數 $f(x) = x(x+2)$ 的值可表達為兩個質數的乘積。」陳景潤在 1973 年利用布倫 (Viggo Brun) 的組合篩法證明了有無窮多個整數 x 的這種函數最多只有 3 個質因數。我們也可以限制所考慮的 x 的集合，要求它們屬於整數的稀疏子集合。對於整數係數的多變量多項式，也可以提出類似的問題。

薩納克開創了在薄群軌道生成的稀疏子集中尋找多項式殆質數值的研究。薄群是算術群 (arithmetic group) 的一個子群，具有恰到好處的性質：它既不太大 (具有無窮指標〔index〕)，也不太

小 (與算術群具有相同的查里斯基閉包〔Zariski closure〕)。薄群在純數學和應用數學中出現是很自然的。例如：整數阿波羅圓填充 (integral Apollonian circle packings) 的對稱群就是一個薄群。此外，還有大量的克萊恩群 (Kleinian group)，或是更為一般的微分方程的單值群 (monodromy group)，它們都是薄群。

擴展圖 (expander) 是一種高度連接的稀疏圖，廣泛應用於資訊科學領域。薩納克預見到一個薄群中的有限商群的擴展特性可用於產生殆質數，從而發展出仿射篩法。他與布甘 (Jean Bourgain) 和甘博德 (Alexander Gamburd) 從一些薄群中建構出擴展圖。這個構造依賴於薩納克和薛小西 (Xiaoxi Xue) 早期的基礎工作，其中他們展示了有限線性群的最小維數與擴展圖之間的關係。他與布甘和甘博德，對於在薄群軌道上的整數向量取得了一個精確計數和均勻分佈的結果，這結果指出，當將給定的多項式函數應用於這些向量時，它們就會取得殆質數值。

薩納克將組合和遍歷理論方法引入丟番圖問題產生了深遠的影響。他原創而深刻的願景啟動了一項將數論、組合、分析、動力學、幾何和譜理論結合在一起的龐大研究綱領。

1953 年出生的南非裔美籍薩納克是南非約翰尼斯堡一位拉比的孫子，他在分析和數論領域的成就，公認當代最重要的解析數論學家之一。他是美國國家科學院和英國皇家學會的院士，他也是 2014 年的沃爾夫數學獎得主。(編輯部)



一種預測動盪時期股市波動的新方法

拓樸學與金融的連結

在應用數學中，拓樸資料分析（topological data analysis，縮寫為 TDA）是一種使用拓樸技術來分析資料集（dataset）的方法。從高維、不完整和有雜訊的資料集中提取資訊通常具有挑戰性。TDA 提供了一個通用框架，以對所選特定度量不敏感的方式分析此類資料，並提供降維和抗噪的能力。

TDA 創建的最初動機是研究資料的形狀。TDA 結合了代數拓樸和純數學的其他工具，可以對「形狀」進行數學上的嚴謹研究。TDA 在各個領域都展現了巨大的潛能，特別是在處理高維度資料的領域。TDA 成功的涵蓋從醫學研究到金融研究。值得注意的是，大多數 TDA 文獻都使用稱為「持久同調」（persistence homology，縮寫為 PH）的技術，也就是點雲（point cloud）資料的同調群。

PH 是一種非常有效的演算法，它試圖找到資料中獨立於坐標和與雜訊相關的變形的基本定量持久拓樸結構、模式和定性特徵。透過使用 PH，研究人員可以發現資料中隱藏的基本模式，從而由資料中的模式產生新的發現。PH 已經成功的應用於許多領域的多種類型的資料。此外，其數學基礎也具有理論重要性。TDA 的獨特功能使其成為拓樸和幾何之間有前景的橋樑。

自 21 世紀初以來，許多領域都對 TDA 的應用進行了廣泛研究，而金融領域在 2017 年才有了第一篇 TDA 研究論文。不過，從那時起，大量關於 TDA 的金融文獻問世，關注的主題從企業和系統金融穩定性到投資策略不一而足。

然而，儘管股票實際波動率（Realized Volatility，縮寫為 RV）的建模和預測對於投資者和金融機構非常重要，但目前還沒有探索 TDA 在該領域可能應用的金融文獻。此外，目前還沒有任何理論能夠將 PH 的理論背景與金融理論連結起來。儘管從經

驗來看，實施 PH 來預測財務困難時期和改善投資組合管理已被證明是成功的，但理論上仍然需要這樣做。

2023 年發表於《金融與資料科學期刊》（*The Journal of Finance and Data Science*）的新研究（Topological tail dependence: Evidence from forecasting realized volatility）中，荷蘭 HAN 應用科學大學國際商學院（International School of Business at HAN University of Applied Sciences）的索托（Hugo Souto）介紹了一種在動盪時期預測股市波動的新方法：拓樸尾端相關（topological tail dependence）理論。透過實證測試，索托證明了 PH 資訊的加入顯著提高了非線性和神經網路模型在預測動盪時期股市波動時的準確性。為投資者、金融機構和經濟學家提供了更可靠的工具。特別值得注意的是，這方法避開了維度障礙，使其特別適用於檢測傳統方法通常無法解決的複雜相關性和非線性模式。而且，這項研究提供了開源程式碼，以便研究人員和業者輕鬆實施所提出的演算法和預測模型。研究結果並不局限於一種特定類型的模型。它跨越各種模型，從線性到非線性，甚至高級神經網路模型。這些發現為全面改善股票預測打開了大門。

這新理論的有效的連結了拓樸這純數學領域與股市金融，相信會鼓舞未來有更多的學術界與實業界的研究人員投入更深入的研究數學和金融這一令人興奮的新融合領域。（編輯部）

達爾文的完整圖書館首次亮相



歷史上最具有影響力的科學家之一，《物種起源》的作者達爾文（Charles Darwin，1809年2月12日～1882年4月19日）在他的職涯中積累了龐大的個人圖書館。達爾文在世時，對自己的圖書館進行了詳細的記錄，其中包括1875年編的長達426頁的手寫《達爾文圖書館目錄》（*Catalogue of the Library of Charles Darwin*）記錄。但隨著時間的推移，它的大部分內容都已遺失或流落到他處。劍橋大學和達爾文位於英國唐恩的家宅唐恩宅邸（Down House）兩處收藏了主要的1480本藏書，目前仍向公眾開放。但這些藏書估計只佔原圖書館藏書的15%。

今年為紀念達爾文誕辰215週年，由新加坡國立大學的科學史學家范韋赫（John van Wyhe）博士領導學術專案《達爾文在線全集》（*The Complete Work of Charles Darwin Online*，<https://darwin-online.org.uk/>）研究小組發布了一份300頁的目錄，其中詳細介紹了達爾文完整的個人圖書館，匯集了達爾文最初擁有的7,400種標題和13,000種項目、物品，包括書籍、小冊子和期刊。這目錄包括9,300個鏈接，可免費在線獲取圖書館內容的副本，供公眾閱讀達爾文的著作。

儘管達爾文的記錄工作非常嚴謹，但他在提到自己收藏的期刊和小冊子時，還是使用了縮寫或模糊的方式，許多條目都缺少作者、日期或出處。專案團隊梳理了搜尋過程中出現的每一張紙，仔細篩選了手寫的家庭文件和信件、達爾文的閱讀筆記本、他妻子的日記以及一個世紀前學者寫的清單。透過比較所有文件，研究人員發現了數千種以前未知的圖書，包括精裝書籍和非精裝書籍以及小冊子，並追蹤了過去100年來拍賣中出售的圖書的歷程。18年來，達爾文線上計畫已經在達爾文自己的目錄和

物品清單（如小冊子和期刊）中發現了數以千計的達爾文晦澀難懂的參考文獻，這些參考文獻最初都在達爾文的圖書館中。此外，數以千計的舊目錄記錄中缺少的作者、日期或剪報來源等細節也首次被確認。

達爾文圖書館的大部分著作都是關於科學主題的，尤其是生物學和地質學，這一點也不足為奇。然而，圖書館也包括有關農業、動物育種和行為、地理分佈、哲學、心理學、宗教以及達爾文感興趣的其他主題的著作，例如藝術、歷史、旅行和語言。大多數作品是英文的，但幾乎一半是其他語言的，特別是德語、法語和義大利語，以及荷蘭語、丹麥語、西班牙語、瑞典語和拉丁語。

他死後在他家中的一份清單記錄了2,065本裝訂書和數量不詳的未裝訂書籍和小冊子。客廳裡記錄了133個標題和289卷大部分非科學文獻。令人驚訝的是，遺產稅估價師估計「科學圖書館——收藏與科學有關的書籍」僅值30英鎊12先令（相當於現今的2,000英鎊，約莫82,000新台幣）。事實上，所有書籍的價值僅為66英鎊10先令（相當於現今的4,400英鎊，約18萬新台幣）。如今，達爾文的任何一本書對於收藏家來說都非常有價值。

范韋赫表示「探索達爾文不拘一格的圖書館可以展示這位科學家的不為人知的一面，讓人們深入了解他的為人。這正是圖書館所能展示的，任何人現在都可以瀏覽達爾文的整個圖書館，而不是通過閱讀其他作者們所寫的傳記或文章中提到的達爾文來了解他。這給人的印象是，他是一個如飢似渴的讀者，他閱讀了數量驚人的作品。」（編輯部）