

# 數學史上最偉大的助攻

## 懷念漢米爾頓教授

作者：劉克峰 (Kefeng Liu)、徐浩 (Xu Hao)

### 作者簡介

劉克峰是 UCLA 數學系榮譽教授，重慶理工大學理學院院長及數學科學研究中心主任與上海數學與交叉學科研究院教授。他曾獲得晨興數學金獎、古根漢獎、史隆獎、特曼獎等多項國際重要大獎。他以對微分幾何、拓樸、數學物理，特別是卡拉比／丘流形和模空間的貢獻而聞名。徐浩是浙江大學教授，研究領域為複幾何與代數幾何。曾於 2013 年榮獲晨興數學銀獎。



漢米爾頓油畫。(廣東蕉嶺丘成桐國際會議中心)

## 前言

漢米爾頓是少年天才，20 歲耶魯大學畢業，獲得最高榮譽學位 (Summa Cum Laude)，這通常只獎勵給排名前百分之五的畢業生。三年後，他獲得普林斯頓大學博士學位，23 歲的年紀便在康乃爾大學執起教鞭。他的博士論文指導教授岡寧 (Robert Gunning) 是複分析專家，一生都在普林斯頓大學任教。

漢米爾頓的博士論文研究黎曼曲面的形變 (deformation) 理論，其中證明了霍維茨空間 (Hurwitz space) 的不可約性 (irreducibility)，這是

一個廣為引用的重要結果。形變的思想可追溯至 19 世紀德國數學大師黎曼。數學家發現，有時候很難描述想要分類的對象，但是把它們放在一起可以構成性質良好的集合，也就是模空間 (moduli space)。構造模空間是形變理論的初衷，但是它的應用卻大大超越人們的想像，遍及數學、物理的眾多領域，包括著名的費馬大定理和最近宣稱的 ABC 猜想的證明。巧的是，漢米爾頓創立的黎奇流理論也是關於幾何結構的形變理論。

## 漢米爾頓的黎奇流工作

在康乃爾大學，漢米爾頓遇到了他的俄亥俄老鄉，比他年長 17 歲的數學教授艾爾斯。艾爾斯的代表作是透過拋物流 (parabolic flow)，將任意的光滑映照形變成調和映照。如同雜亂無章的音符，在樂師的手中流轉，變成美妙的音樂。這給了漢米爾頓靈感，也許可以把同樣的想法用在其它的幾何結構上。在黎曼幾何學中，黎奇曲率與度量張量都是二階偏導數，所以研究黎奇曲率隨著度量的形變是最自然的。他急切的把黎奇流方程式寫進了美國國家科學基金會的申請書中，因為不久前他剛買了一套衝浪滑水設備，經濟上有些拮据。這是漢米爾頓研究黎奇流的開端。不幸的是，漢米爾頓的申請被無情的拒絕，那時漢米爾頓還沒有意識到黎奇流與龐卡赫猜想的聯繫，幾乎沒有人看好黎奇流的價值和應用前景。

黎奇流研究的第一步，是關於黎奇流方程式的解是否能夠長時間存在的問題，而那些無解之處就是奇點。剛開始，有人建議漢米爾頓從二維情形