

# 思想人間萬世長存

## 懷念漢米爾頓教授

作者：顧險峰 (Xianfeng Gu)

### 作者簡介

顧險峰目前為美國紐約立石溪大學資訊科學系的紐約州立大學帝國創新教授 (SUNY Empire Innovation Professor)。他曾獲得 2005 年美國國家自然科學基金會 CAREER 獎與 2013 年晨興應用數學金獎。他的研究領域有計算共形幾何、電腦圖學、視覺化、電腦視覺、幾何建模、網路連結、醫學成像和數位幾何處理等領域。

## 前言

自 2024 年暑期始，筆者受丘成桐先生的囑託，一直在網上講解「計算共形幾何 (computational conformal geometry) 課程」。課程的重點是漢米爾頓發明的黎奇流在離散情形的推廣，以及由黎奇流理論證明的瑟斯頓三維流形幾何化綱領。昨天，助教劉熠 (Yi Liu) 博士突然轉告了噩耗，令筆者無比震驚，深深慨嘆人類又失去了一個偉大的靈魂。

## 黎奇流與龐卡赫猜想

在 1990 年代末，筆者追隨丘成桐先生在哈佛大學攻讀博士。每個週末都會有一位教授從紐約飛到波士頓，和丘先生通宵達旦的討論幾何問題。丘先生辦公室的燈光一直到午夜才熄滅，黑板上寫滿了深奧複雜的公式和幾何圖形。每天中午，丘先生邀請這位教授共進午餐，丘先生的學生們一起陪同。這位教授英俊個儻，雙眸極度明亮，令人一見難忘，印象深刻。(筆者生平見過很多數學家，因為思想純粹而深刻，他們都是眼神清澈，目光明亮，例如鄭紹遠、張益唐教授等。) 很多時候，我們都去毗鄰哈佛校園的燕京餐館。燕京的老闆與丘先生非常熟絡，用粵語和京片兒打招呼。後來才得知，燕京的老闆是當年雲南王龍雲的後代，常年在波士頓經營餐飲業。我們常光顧的哈佛附近的另外一家餐館，名為常熟，據說其老闆是滿清愛新覺羅氏。這位教授極度風趣幽默，餐桌上滔滔不絕，抒發他對數學的誠摯熱愛，和對生活的滿腔激情。依稀記得他有些時候帶女友來拜訪丘先生，但每次女友都

不同。和他徜徉在哈佛廣場，他目光炯炯，神采飛揚，常有女性來搭訕。這位教授是漢米爾頓，當時已經做出了黎奇流，但尚未被世人理解，後來名動天下，成為丘先生開創的幾何分析學派的得力幹將，徹底改寫了幾何分析和低維拓樸的版圖。

在過去的半個多世紀，數學中最令人矚目的猜想就是龐卡赫猜想 (即單連通的有限封閉三維流形為球面)，數學家們提出了各種綱領力圖加以解決。早期的方法著重代數，將三維流形的拓樸歸結為基於扭結理論 (knot theory) 的拓樸手術 (topological surgery)，雖然取得了巨大的進步，但是只是將三維流形拓樸的複雜性轉換為扭結的複雜性，對於問題本身，無法徹底攻克。丘先生當時並不看好這個方向，他認為這種途徑並不「自然」。丘先生的柏克萊同學瑟斯頓教授提出了用幾何研究拓樸的方法，即將三維流形進行拓樸分解，得到基本的組成單元，而每個組成單元上可以配備標準的幾何，然後透過流形的分解方式於最終每個單元上的幾何來研究初始流形。這個想法可能受到曲面單值化定理的啟發。在 1910 年代，克伯 (Paul Koebe) 和龐卡赫證明了任意封閉賦黎曼度量的曲面上，依賴於其拓樸結構，都可以配上三種標準黎曼度量 (常值曲率度量) 中的一種，即得到球面幾何、歐氏幾何和雙曲幾何 (且標準度量與初始度量共形等價)。瑟斯頓的幾何化綱領就是將其推廣，三維流形的基本組合單元上可以配備八種標準幾何中的一種 (標準度量和初始度量之間沒有共形等價關係)。幾何化綱領包含了龐卡赫猜想，但如何找到三維流形的標準黎曼度量，成為核心困難。丘先生很早就提出應該用幾何分析方法，透過黎曼流形上的偏微分方程