

拓樸光子學 數學的觀點

作者簡介

帕克是普林斯頓國防分析研究所通訊研究中心（Institute for Defense Analyses，IDA Center for Communications Research，Princeton）的研究人員。研究興趣包括動態系統、分歧理論和數學神經科學。

阿塞維斯是在德州達拉斯的南方衛理公會大學（Southern Methodist University）數學系教授。他的主要研究集中在非線性光學和光子學（photonics）現象的數學建模。這項研究利用應用數學的現代技術，配合數值模擬，研究非線性光學介質中的脈波動態。

作者：帕克（Ross Parker）
阿塞維斯（Alejandro Aceves）
譯者：洪霖麒

一、簡介

拓樸光子學（topological photonics）是一個同時遵循凝態物理學和拓樸學的框架。它指的是設計傳播介質（例如光子晶體或波導晶格）的導向特性，使電磁能量的傳輸能以獨特、韌性（robust）、有時甚至出乎意料的方式實現。考慮一個簡單的思想實驗：首先想像一個方型區域上的二維波方程式，並假設齊次狄利克雷邊界條件。我們知道，可及模態（accessible mode）會以週期性的形式延伸至整個區域，而且隨著時間的推移，波可以向所有方向傳播。這種現象是對介質固有對稱性的回應。反過來想像一下，我們以這樣的方式來設計介質，讓所有的能量都集中在介質的邊界，而且只往一個方向傳播。（用光學的語言來說，這會被視為抑制背向反射，並使主體介質像絕緣體一樣。）

通常，在描述光子系統時，我們會提及頻率、波向量、偏振和色散等物理量。反而，在相對較新的拓樸光子學領域，術語「拓樸」是指光子材料的一種屬性，它表徵波函數在整個色散圖上的全域行為；最重要的是，該屬性具有量子化。將此視為表徵物件的「虧格」（genus），就像甜甜圈的洞一樣，這裡「物件」（object）是在波向量空間而不是物理空間中描述的。光子學中存在與拓樸事實類似的情況，即連續變形不會改變物件的虧格。例如，使用人造材料設計的光子拓樸絕緣體可以證實拓樸上非平凡（nontrivial）的單向光狀態。這些狀態的特徵是特定的「類虧格」（genus-like）數。由於該數是量子化的，因此這種單向特性對於基本的光子結構之擾動具有韌性。

光子學研究通常與其他物理研究是殊途同歸或者以解釋這些現象為目標。凝態物理學中的玻色／愛因斯坦凝聚（Bose-Einstein condensation）由格羅斯／皮塔耶夫斯基方程（Gross-Pitaevskii equation）決定，該方程式與決定強雷射光（intense laser beam）在電介質（dielectric medium，如空氣）中傳播的非線性薛丁格方程相同。在量子領域，具有破缺時間反轉對稱性（broken time-reversal symmetry）的二維物質的非平凡狀態（例如，原子的周期性晶格）可以具有這樣的特性：主體是絕緣體，而存在沿著樣本邊緣承載電流而不耗散的狀態（模態 [mode]）。特徵性的「類虧格」數稱為陳省身數（Chern number）（請參閱第3節的範例），它是由材料能帶（band）結構的拓樸特性產生的（請參閱下面第2節和第3節的討論）。

在光子晶體中，介質介電特性的週期性變化會影響光子，其方式與固態調變電子的方式相同（但要注意光子是玻色子，而電子是費米子）。問題是拓樸特性是否會複製到類似的光子系統中。在哈爾丹（Duncan Haldane）和拉古（Srinivas Raghu）的兩篇基礎論文 [HR08，RH08] 中，作者強調了量子特性的光子類比。他們展示了創造「單向波導」（one-way waveguide）所需的要素，而「單向波導」的特性與量子霍爾效應相似。雖然 [HR08] 中的模型尚未在實驗中實現，但它激勵了王（Zheng Wang）、Yidong Chong、喬安諾普洛斯（John Joannopoulos）和索爾亞契奇（Marin Soljačić）的進一步工作，他們首先預測了微波範圍內磁光晶體（magneto-optical crystal）中邊緣狀態的存在 [WCJS08]，然後在實驗中證明了這些邊緣狀態