林松山　教授執行 103 年度國家講座成果報告表

該學年度國家講座執行情形：

一、教學課程綱要

本學期課程綱要，

(1) Pattern generation problem

介紹花樣生成問題，引進 ordering matrices 與 transition matrices 並推導其遞迴公式，進一步利用 connecting operator 估計空間熵的下界。

(2) Decidability problems

介紹王浩猜想及 Decidability problems，引進 minimal cycle generator 與 maximal non-cycle generator 概念，證明當顏色數爲 2 和 3 時，王浩猜想是對的。

(3) Mixing properties

介紹多種混合性質，引進角落擴張、十字擴張以及補洞的概念，利用 transition matrices 和 connecting operator，得到檢驗混合性質的有限步驟充分條件。

(4) Multiplicative integer systems

介紹 Multiplicative integer systems，利用花樣生成的方法，證明其拓樸熵的表示式。

二、 研究重點及方向

(1) Mixing 相關問題

混合性質在動態系統和物理相變相變問題中扮演很重要的角色。目前已經得到二維 shifts of finite type 的混合性質的有效檢驗方法，此方法可以推廣到高維度。由於 sofic shift 在許多重要模型中出現，所以未來將

(i) 推廣多維混合性質問題到 sofic shift，並研究混合性質的應用。

(ii) 利用強的混合性質，研究統計力學的相變問題。

(2) Multiplicative integer system 相關問題

在數論上，multiplicative integer system 的研究與整數及質數的迴歸性有密切相關。在動態系統中，shift space 和 multiplicative integer system 都是基本的研究主題。其中 shift space 對加法具有不變性;另一方面,multiplicative integer system 是乘法具有不變性的系統。奠基於先前工作對多維 decoupled 和一維 coupled system 的 box dimension 研究結果，以及連結在 shift space 上動態 Zeta 函數和混合性質的工作，未來將

(i) 研究multiplicative integer system的動態Zeta函數和混合性質理論及其在數論迴歸性的應用，
(ii) 研究多維度 coupled system 的 Hausdorff dimension 和 box dimension 以及在數論上的應用。

(3) Natural measure 相關問題

物理相變的發生與其系統中可以達到最大拓樸熵的測度數量有關，在特定混合性質下，將研究可達最大拓樸熵的自然測度(natural measure)，目前已獲得一維 natural measure 的存在性證明及其表現公式，已經撰寫成論文投稿中。此外，在統計力學和熱力學中，transfer operator 經常被用來研究系統中動態行爲，其 spectrum 與混合性質有密切相關，進一步可以研究 correlation function 的衰退率(decay rate)。因此，未來將

(i) 研究 natural measure 的一般存在性問題及其有效計算和應用，
(ii) 研究在特定混合性質下的 correlation decay。

三、學校資源配合狀況

（一）學校對於講座主持人教學研究各項資源配合內容

1. 學校同意每學期只授一門本課程，以讓本人有充分時間備課。
2. 延聘合作者胡文貴博士擔任博士後，繼續與本人共同研究。

（二）國家講座開設跨校性選修課程、辦理全國巡迴講座並宣揚研究教學成果情形

今年開始辦理全國巡迴講座並宣揚研究教學成果情形，第一場預定 3 月中在東華大學舉行，演講者有：

3. 本人，
4. 合作者東華大學班榮超教授，內容包含單層胞狀類神經網路以及花樣生成問題，
5. 合作者交通大學胡文貴博士，內容包含 Decidability problems 以及 mixing properties。

第二場預定於今年下半年舉行，演講者有：

1. 本人，
2. 合作者東華大學班榮超教授，內容包含多層胞狀類神經網路，
3. 合作者交通大學胡文貴博士，內容包含 Multiplicative integer systems。

四、執行效益自我評估

執行效益良好，目前已經完成三篇論文，投稿到國際期刊。

1. Jung-Chao Ban, Wen-Guei Hu, Song-Sun Lin and Yin-Heng Lin, "*Verification of mixing properties in two-dimensional shifts of finite type*", submitted to Transactions of the American Mathematical Society, (revised) (2013). (arXiv:1112.2471)

2. Jung-Chao Ban, Wen-Guei Hu and Song-Sun Lin, "*Pattern generation problems arising in multiplicative integer systems*", submitted to Ergodic Theory and Dynamical systems, (revised) (2013). (arXiv:1207.7154)

3. Wen-Guei Hu and Song-Sun Lin, "The natural measure of a symbolic dynamical system", submitted (2013). (arXiv:1308.2996)

五、檢討與建議

講課順利，講義初稿正整理中，之後會放上網路。

附件	□成果報告_____冊（含實施計畫、課程講義、回饋分析表或相關佐證資料）及成果電子檔_____份 □收支結算表_____份(填列附件)

填表人：　胡文貴　（簽章）

填表日期：　103　年　1　月　24　日