

# 我的數學經驗

林松山教授

國立交通大學理學院院長

2000/11/28 在中央大學數學系的演講內容

張紘誠、邱淑惠整理

## 開場白

院長、各位老師，我從來沒有拿過優良教師獎，而今天卻有那麼多優良教師在這裡。我是不是可以先請他們如果有重要的事，就先離開，不要在這裡。不然這樣壓力實在太大了。

我很高興有這個機會來到中央大學，單維彰老師上學期告訴我，他有一個教學創意研討會的活動，希望有機會來聽聽我的經驗。我大概算了一下，今年大概 11 月底比較不會那麼忙，沒想到一直忙不過來，所以一直要忙到這個禮拜天晚上才把稿子差不多整理好。

我今天跟諸位報告的大概會偏重以下五個部分：第一個是我在英國唸書當學生的時候，我所碰到的老師、同學，那是當學徒的一種經驗，是一種學數學經驗。第二個就是回到台灣之後當作一個數學的研究者，從我的同事、我的朋友這邊所感受到的作研究經驗。第三個是當作一個數學老師，從教大學部、研究所到博士班，當老師的種種經

驗。第四部分是真的來不及寫，到晚上一點的時候，已經沒有力氣去談行政與服務相關的經驗，最後要談的就是這些年來，在人生，宗教上自己的一些感覺。我剛才特別請問過單老師，他也同意說只要不是傳教！嗯，不是傳教。但就個人的這種宗教體驗，在我學習過程有什麼樣的幫助。換句話說，宗教是我手上的最後一張牌，是我的底牌，如果不談到這個的話，感覺上會不是那麼的完整。

今天我所說的，主要是一種回顧跟整理。差不多兩個禮拜前，我女兒從學校回來，我去火車站接她時，跟她談到的一些煩惱。就是我現在作事情的步調，跟她的媽媽好像不太能夠配合起來；我希望緩慢一點，但媽媽速度還是非常快，做什麼事情都非常敏捷。我女兒講，根據她念的心理學，說我現在屬於成年的後期，成年期的最後階段。這時候的人，會去回顧一下，整理一下，這一生是怎麼過的。所以在這情況之下，我把它定位成今天跟諸位報告的主題。多年來我旁邊的這些人，跟我的環境對我自己的影響，基本上是一種主觀的感受，是我自己內部的感受。所以你今天聽到的絕對是一面之辭，因為不同的人大家在互動的過程裡面，應該有不同的感受。所以我就從在英國唸書當學徒這樣的一個經驗，來開始今天的報告。

## 在英國的求學經驗

我唸台灣大學數學系，也留下來唸數學研究所。拿到碩士之後在台大當了一年的助教，後來經過一些老師的推薦，我到英國去唸書。到了愛丁堡一個叫做 Heriot-Watt 的學校。這個學校大概有兩三百年歷史，在二次大戰之後才變成大學。我在那邊唸了三年書，從 1975 年到 1978 年。

以下分成幾個部分，來談留學的經驗。英國的博士教育大概是怎麼樣？我所碰到幾位印象深刻的老師？我們怎樣上課？我碰到哪些同學？最後就是說從台灣到英國、到歐洲，當作一個旅客、旅行者，我有些什麼感受？

在我去英國時，因為已經拿到碩士學位，所以他們給我的身分是 research student，就是做研究的學生。唸 Ph. D. 可以有獎學金，他們給我三年的獎學金。英國給獎學金是相當人性化，至少在那時候是如此。我已經結婚了，他們預期太太應該很快就來，所以他給我很好的待遇，給結婚津貼(marriage allowance)。我當過兵，做過一年的軍官，因此那邊就說我有工作經驗；我還當過助教，這也算工作經驗，這些全部加起來之後他們就給我應該拿到的這些獎學金。在那個時候我在付學費、付生活費後還有一些錢可以到各地去旅行。

在英國 Heriot-Watt 的數學系，是個小數學系，跟我領域相關總共只有四個老師。同年的博士生總共也只有四個，兩個蘇格蘭人、一

個是我、一個是伊拉克人，所以只有我們四個博士生。我們的制度基本上就是師徒制，老師是 supervisor，跟他的就是 supervised students。supervisor 跟 supervised students 之間的互動關係大概是怎麼樣？就是一個禮拜固定跟老師見面的一次，一般大概是一個小時。這些老師也教書，基本上教兩種課程，一種是教大學部的，就像我們的必修課，另一種是研究所開課。教授可以開課，但是研究所的學生不必修課。就算你去聽老師講課，也不必考試、沒有學分，什麼都沒有。你就是當研究生，研究生就是在做研究。所以如果有人要跟我拿博士班的成績單，沒有，根本沒有博士班的成績，因為我們從來就沒有修課過，只有去上課。

另外，這個學校每一個禮拜五下午，一定會找英國本地、或從歐洲來的、甚至從美國來的數學教授，來給研究生演講。那個時間所有的相關老師跟研究生都應該出席。我們幾個研究生一定是坐在最後一排，互相提醒，等一下如果睡著而且教授轉過頭來看的話，旁邊的人就要動一下他，如果打鼾的聲音太大聲也要提醒一下（伊拉克人跟我打鼾的聲音都比較大）。一般英國人不曉得怎麼搞的，他們聽演講好像也不會睡著，我們經常會睡著。所以在這情況之下，我經常和伊拉克人坐在一起，他發出聲音我就推他一下，有時候兩個人都睡著的時候，教授就會回過頭來看一看，笑一笑，那兩個英國人就幫忙推一推，

這種事情幾乎每一個禮拜都要發生。

我們唯一需要拋頭露面的，就是研究生每一年年度快結束的時候，系裡面的人就會要求你告訴大家你這一年來在做些什麼事情，時間大概從 20 分到 30 分鐘，也就是找一個題目上台去講一講。這是我們唯一一次需要在公開場合要講東西給老師和同學聽。連修課都沒有了怎麼可能會有要考 qualify，沒有資格考這一回事。在我剛去的時候，我的指導教授就說你來這邊是來作博士研究，最後能不能畢業就看你有沒有寫論文。他估計，如果我能寫兩篇論文就大概能夠畢業，最後我畢業時候是寫了四篇論文，所以就把四篇論文裝訂起來變成一本我的畢業論文。

導師時間是這個樣子，一個禮拜約定一個時間，我經常都是禮拜二早上九點到十點，到指導教授的房間去。在那裡，我的責任就是在這個鐘頭一定要講，要用破英文講，說我上個禮拜在做些什麼？不論如何那個鐘頭一定要講完，此外也跟老師談，談一些你覺得有興趣或你覺得困惑的東西。基本上都是在講數學，一個禮拜都要一次。這心得報告是比較廣義的，除了你現在做的問題以外，你對數學相關的東西你有興趣的，那是你個人的時間，你可以關起門來跟教授講。你可以關起門來，那個時候大概也沒什麼性騷擾那種嚴重的事情，老師見學生不管男生女生都得把門打開來，那個時候大概民風比較純樸。

此外，我想大家都知道在英國，有所謂 tea-break 或是 tea-time 或是 coffee time，時間是早上十點鐘左右到十點半，十分鐘二十分鐘到三十分鐘。有些老師有課就晚一點來，或者要上課就早一點離開。下午大概就是三點到三點半左右。中午的 lunch time，一般老師經常會帶三明治來學校吃，幾個同學也帶三明治來學校吃，在這邊聊天。有的時候大家都沒有帶的話，老師就找學生一起到餐廳。到餐廳去大概兩百公尺就可以吃午餐。

當我一開始說在英國當學徒，是因為你在那裡一天至少有三次可以跟那些上課的老師在一起，除了正式的上課之外，大部分的時間只要碰到了，談的都是數學圈的事情，數學的種種、一些傳說：哪一個教授他從哪裡轉到了哪裡，哪一個教授做了一些什麼結果，順便也會告訴你哪些事情在學術界可以做，哪些事情不能做。他不是講的那麼明，但是你慢慢就可以感受到，在這個文化、這個圈子裡面，哪些可以哪些不可以。老師跟研究生，除了教授之外，其他人都要排班，去整理休息室茶水的罐子，裝開水準備牛奶，一個禮拜都有一個人要值班。

## 經師與人師

現在來跟大家報告幾位跟我密切的老師。第一個是我的指導教授—K.

J. Brown，他做的是 Bifurcation Theory，他的專長是數學的 Reaction-Diffusion 方程或模型。他是一個很細心、很謹慎、很保守、很害羞(nervous)的人，為什麼要找他？我在台灣申請的時候，他們寫信來說我的 formal adviser 是 K. J. Brown，要我到英國愛丁堡之後可以直接去找他。我跟所有的台灣學生一樣，他們給你什麼，你就接受什麼。

他經常會作排練(rehearsal)。譬如說我做了一些小結果出來，指導教授就叫我去愛丁堡北邊一個叫做 Dundee 的城鎮參加一個研討會，作一些報告。在這之前他就要我操演了好幾次，我就把我想像中那些所能用的英文，很漂亮的辭彙把它放進來，把它背熟一點，就開始講給我老師聽。我一面講他就一直皺眉，皺到最後說他不曉得我英文那麼好，他完全都聽不懂我在講什麼。最後我只好把它寫成平常我寫的那些英文，那是台灣式的，很簡單，但是很明白。

所以指導教授叫我一定要準備，不管到任何地方你一定要排練。所以現在我在學校上課，我會跟我的助理講(她們都知道我的行程)，只要我在上課前半個鐘頭，除非有什麼緊急的事，不然不要跟我討論一些不相干的事。我要去上課之前都會整理一下，讓我把整個我想講的東西，全部在腦筋裡面再排演一次。後來我發現不是只有我這樣做，張系國說(前一陣子他來交大演講)他經常這樣做。葉李華老師，

也說他從台北要來交大上課的時候，在車上他都要再把晚上要講的內容（哪個地方要講笑話，哪個地方要插什麼東西）全部都排演一遍。

我的指導教授給我的訓練，就是一個 paper 寫出來，應該呈現出什麼東西？要怎樣去找題目？怎樣去找資料？最後怎樣能夠把東西做出來，怎麼包裝？要投到怎樣的期刊上？也就有機會被接受。他只有大我四歲，大部分的情況之下他比我還緊張，不像是我的指導老師，其實我心目中我的指導老師不是這個樣子。我從 1978 年畢業以後，在 1986 年到加州大學去聖地牙哥校區訪問了一年。也在 1986 年我再回到學校一次，又見到他。他比以前輕鬆多了，那時他也當了系主任。

第二位是 J. Ball。如果我跟人講說我是 Heriot-Watt 的 Ph.D.，別人都會說我一定是 J. Ball 的學生。我說剛好不是，我不是他博士班的學生。他的專長是做非線性彈性力學。為了要做非線性彈性力學，他的非線性泛函分析功力就非常的高，在這裡我提兩件讓我印象非常深刻的事。第一個就是一年級我上他的泛函分析課，他介紹 Banach space  $X$ ，定義  $X^*$  是對偶空間。那麼他就問我們說  $X^*$  有多大，三四個學生坐在那邊不曉得怎樣去回答。他就說答案是在 Hahn Banach 定理，Hahn Banach 定理事實上就是要解決這個問題。我在台灣念碩士班的時候讀過實變，但是從來沒有人告訴我 Hahn Banach



定理是要來解決  $X^*$  有多大。

第二個就是我在做一個研究題目的時候，有一次在想一個問題，想了很久，我覺得那個題目的答案應該是怎樣，看到 Ball 在休息室裡面，我就趕快跑去跟他說，我覺得這個答案應該是這樣。他就問我說「Do you have any evidence to support your guess?」他說他覺得好像不太對，後來就跟我當場算了一下，給我一個反例。這個反例證明我剛才的想法是不對的。所以說他已經把數學這個東西當成是一個數學實驗，當你想證明一個定理的時候，你一定要蒐集許許多多的資料，把你手上能夠算的東西先算過，發現你想證明的東西的確是對的，這時候才一直做下去。所以對他們來講數學不只是推理，數學是一個實驗性的東西，你在做這些研究的時候，基本上已經在幕後做了很多工作、很多計算，然後你就會慢慢地去感覺，有感覺之後你就會慢慢地去猜測：如果這邊應該有個定理的話，這個定理應該長什麼樣子？所以先有感覺，先有實際的操作之後，再來猜測這應該是對的或不對的。所以，我就曉得將來我在做研究得時候，應該把數學當作科學一樣，是要做實驗的，是要做猜測的，是要有感覺的，最後再用數學把他包裝出嚴格的樣子，讓人家看出來你果然是對的，事實上你已經相信它是對的，才告訴人家那是對的。

所以 Ball 做的問題都是比較大的問題。這位教授可以發展一套

理論。我的指導老師他只告訴我怎樣去找問題、解決問題、寫論文，但是 Ball 給我的就是說，當作一個數學家，你可以發展理論，這些理論可以適用到很多領域裡面。當作一個老師，他大概也只有大我三四歲左右，他的研究室就在我們四個研究生的正對面，因此一天到晚都可以看到他，從他的身上我可以觀察到一個聰明的人，一個很敏銳的人，一個很堅決的人，一個有高品味做好數學的人，一個不需要靠別人就能夠把東西做出來、這樣有創意的人，一個會自我反省的人，一個很勇敢的人（不用別人的東西，靠自己的雙手去做出來，在這個情況之下你如果不勇敢，那就沒有路可走），一個很冷靜的人，一個富有驅策力的人（他希望能把數學做好，做得更好）。但是相對來講我們一不小心就會走岔了路：一個聰明人很可能恃才傲物，一個敏銳的人很可能會變得很刻薄，堅決會變得剛愎自用，品味高會變得傲慢，有創意會看不起別人、會孤芳自賞，反省會變得猶豫不決，勇敢會變得魯莽，冷靜會變得冷漠，有驅策力會變得有野心。這個中間怎樣去拿捏，在他的身上我可以發現很多東西，有些東西他會多了一點，譬如說他很酷，他對我相當熱情，但他對我伊拉克的同學就沒有，他不跟他們講話，他很有選擇。他會跟我講話跟我聊天，但一碰到其他人他就立刻拉下臉來。所以同樣一個人，當我說 Ball 對我影響很大的時候，對別人來講他可能是一個很糟糕的老師。

第三位是我的系主任 R. J. Knops，在英國大部分一個系只有一個教授，他們拿到博士之後如果能在大學工作，大概都是當講師 (lecturer)，過了幾年之後如果學術上獲得了肯定，大概就可以升到 senior lecturer。很少人會變成 reader，如果你要當教授的話，英國有一個全國性的 committee，他們每年都會審查哪一個學校的 senior lecturer 或 Reader 可以升到教授。當時，在我們系上只有 Knops 是教授。

Knops 是 head，他決定的事就算數了。在那邊沒有那麼多的民主。他教過我彈性力學，在一開始上課他就講，在愛丁堡有兩個鐵橋，一個鐵橋的鐵線是粗的，另一個是細的。他告訴我們說粗的鐵橋是在十九世紀末二十世紀初建的，那時候只有線性彈性力學。那個細的鐵橋是在十幾年前建的，那時候的數學家及工程師已經知道非線性彈性力學了。他們就知道這些鋼鐵的應力彈力，以及可以支撐的力量。因為已經算得很清楚了，所以知道要用多大的鐵線就可以了。所以他告訴我們這就是 linear 和 nonlinear theory 的差別。

他對我蠻好的，他會邀請我和我太太去他們家玩。記得有一個星期日下午我們到他家去。他們家有很多小孩，大概有六、七個。他年紀其實不太大，只大我十幾歲，大概四十多歲左右。他的小孩老大 Peter 有七、八歲，他們家後面有一棵長得不是很高的蘋果樹，Peter

就爬到樹上。這時候 Knops 就跑過來在樹下把手張開。當時我就注意到 Knops 可以讓他的兒子去冒險、去爬樹，但他在場的時候不會讓兒子去冒那種無謂的險，他會跑到旁邊去設法保護他。我看了以後就想，將來當了爸爸以後也要做到這一點，不僅是爬樹、游泳的時候要去幫助他，我將來在外面做人做事也盡量不要結怨，不要有很多的敵人，讓以後自己的小孩長大出去外面，別人知道他是誰的小孩，前途就毀了一半。我希望在學術界能夠交更多的朋友，讓我的學生在畢業之後不要受到打壓。而是希望別人因為知道他是某人的學生，所以認為他的本性應該是可靠的。

Knops 很親切、很 relax、很開朗、很寬容、很優雅，對我很慈祥、很睿智。他的行政能力很強，很多事情他都可以處理好。我 1986 年回去的時候他還是對我非常好。那時候我已有兩個小孩，他就安排我們家去住校長的招待所。小河邊有漂亮的草和很漂亮英國的房子，有兩匹小馬。兩個小孩很高興，一整個禮拜都跑去跟馬玩。他太太帶我太太及小孩在我和 Knops 做學問的時候到處去玩。那時我跟他講我剛去的第一年，常常在想要不要找他當 supervisor，但從來沒有開口跟他講。他說他從來不知道這件事。我是典型的 Chinese，有任何事都不會寫在臉上，更不用說用嘴巴講出來寫出來。

我經常在想我要不要換指導教授，換 J. Ball 也好，換 Knops

也好，為什麼要找 Brown 呢？結果 Knops 跟我說他當時派指導老師只是暫時的，在我剛到的時候照顧我，過一段時間我可以自己決定找誰當指導教授。但是我怕得罪 Brown，怕以後日子不好過。我們每一個人都會這樣想，尤其是從台灣過去的。在他的身上我隱隱約約的看得出我希望的父親是怎麼樣的，父親的影子在他的身上可以呈現出來。

### 英國的授業方式

在英國，學校是三個學期制，一個學期大約是十個禮拜。如果一門課一週上三小時，那麼一學期可上二十多個小時。我們曾經安排一個德國的教授到學校去講 Degree Theory，他用十個鐘頭就把 Degree Theory 講完。在學校，二十多個小時就要將一門課教完，課要怎麼上？三年來我從來沒有看過一個老師拿一本書上黑板教書的。他們會寫下自己的講義，然後告訴你，最基本的東西從哪裡來、歷史上為什麼會發展出這些東西、將來應該會發展到哪些地方等等。總共才三十個小時，他們會把基本的核心一步一步建構給你看，告訴你哪些是有用的定理，在哪些場合會用得上。因為這些人是做研究的人，所以他們知道一本書那些定理重要、那些不重要。他們會告訴你，真正重要的核心以及其他的細節例題在那裡找得到。用這樣的方式，一個研究

生在短短的二、三十個鐘頭裡，可以學到很多東西。所以，我當時的感覺就是，書也是可以這樣教的。這跟我們在台灣當大學生、當碩士生時，從老師那裡所學習到的完全是不同的東西。他們有幾百年學術研究的傳統在支持著，而且知道做學術研究這些問題的來龍去脈，哪些部份重要、哪些不重要，哪裡還有發展的空間。所以，現在、過去跟將來他們都能照顧到，連最基本的 modle equation 都會導一次給你看，所以書是可以這樣教的。

在台灣，我看過跟我在英國博士班的老師一樣好的、甚至更好的老師，其中一個是台灣大學的林紹雄教授。他在交大時，我跟他念 Combustion Theory，也跟他念 KAM Theory，大學時代還跟他在台大一起參加登山社。有一陣子他去清華、交大，最後回到台大。他讓我知道，台灣人也可以把書教得那樣好。

## 英國的同學

我的三個博士班的同學，有兩個是蘇格蘭人，他們對我很友善，但他們對另外一個伊拉克人就很不友好。有一天他們跟我說：「I know you ,but I don't know him. 」

在 1976 年世界盃的足球賽，蘇格蘭的足球隊在南美洲踢進了 16 強，但在第一場比賽就輸掉了，那時候整個宿舍都歡呼了起來，那些

外國學生就一起祝賀蘇格蘭的大敗。對蘇格蘭來說-football、對威爾斯人來說-rugby(橄欖球)是非贏不可的，尤其一定要贏英格蘭，輸給英格蘭對他們來講是非常難以忍受的。Knops 跟 J. Ball 兩個人都是英格蘭人。蘇格蘭人或威爾斯人認為在政治上可以輸給英格蘭人，但在足球、橄欖球上不能輸。但是我們看看 NBA，很多美國回來的同事或朋友都依然很懷念 NBA。所以，美國這個國家真的是很厲害，是個偉大的國家，這些從美國回來的留學生還一直懷念在美國的美好時光。從這一點，我們發現地主國家跟留學生之間的關係是很微妙的。

我的伊拉克同學-阿拉伯人 Naji Al Amood，在三年裡面我經常跟他在一起，因為另外兩個英國同學都已經結婚，所以他們的生活像是上下班制，因此我跟 Naji Al Amood 比較常一起玩、一起吃飯。我們有很好的友情，但是後來我聽說他經常在背後講我的壞話。有一天我問兒子：「如果你的朋友經常在背後說你的壞話，那麼你要如何去對待他？」他回答說：「我從來不會去想這件事。」那時候巴勒斯坦和以色列的關係很緊張，我很同仇敵愾地說，我很同情巴勒斯坦人。他就拉拉我的手、拍拍我的肩膀，我想如果我是阿拉伯人的話，他大概會臉頰跟我的臉頰相親。他們男生跟男生之間表達友誼的方式，事實上是比我們台灣人強烈的多了。他跟我說，阿拉伯人跟猶太人之間的關係是這樣子的：兄弟跟堂兄弟打架，就要幫兄弟；堂兄弟跟表兄

弟打架，就要幫堂兄弟；阿拉伯人之間是堂兄弟，阿拉伯人與猶太人是表兄弟，所以事實上我是外人。猶太人跟阿拉伯人血緣上是非常相近的，從血緣上的觀點來看，猶太人跟阿拉伯人的問題就像是表兄弟吵架，遲早都會解決的。

我 1986 年回英國的時候，他的指導老師跟我說，Al Amood 回伊拉克當教授教書後（他還沒回伊拉克時已有小孩了），因為經常批評政府，聽說後來被監視，而他自己都不知道。後來聽說他被抓去關起來，而我們英國學校數學系的系主任、校長透過外交部寫信給伊拉克政府，希望他們能給我們的畢業生人道的待遇，而他最後大概被槍斃了。當前幾年波斯灣爆發戰爭的時候，我知道他的兒子已經很大，他們家住的城鎮在 Basra。Basra 大約在幼發拉底河跟底格里斯河交會的出海口，美軍一開始就轟炸那個城市。我曉得他幾個孩子一定會去當兵。有一天我晚上一直睡不好，一直在想 Naji Al Amood 的兒子會怎樣，第二天就看到報導美軍當晚開始轟炸了。

我在英國碰到很多各地來的同學，有從南洋來的華人、從新加坡、馬來、印尼來的華人，還有香港人、馬來人和印度人。我還碰到幾個奈及利亞人。有一個奈及利亞人在那邊念統計，他人很好，他跟我講 China is our nature friend。我跟他解釋說，我是 Taiwanese，但他還是說我是他天生的朋友。他請我吃飯，又送我 PDE 的書。那



些 PDE 的書不是我想要的，不過他送給我，我還是把它帶回來。他娶了一個德國的白人太太，他太太在柏林工作養他。我有幾次一大早去宿舍找他，發現有另一個蘇格蘭的女人在他房間裡。每一次我遇到這件事，他就買一些東西送給我。我很喜歡他，很可愛。

## 異國文化

既然我是在異國唸書，那麼就當作一個旅行者，來感受一下不同國家的文化。

第一年，就是 1976 年的暑假，我們需要搬家，中間有一個月的空檔。我就跟我的指導老師說，我這一個月沒地方住，要住旅館，因為新的房子要一個月後才能住。在這期間既然要住旅館，那麼我可不可以到英國各地去旅行，他答應了，於是我和我太太在暑假那一個月到倫敦、劍橋、牛津等很多地方去玩。剛開始我們坐火車、搭公共汽車，但是有些地方公車到不了。我太太跟我說，用比的好不好，就是搭便車的意思。她比一比，就有車子停下來，於是我們上車，後來我們發現其實可以這樣做。當時英國的治安蠻好，因為我們兩個是東方人，不是黑人，又是一男一女；在這種情況下，大部份的司機都覺得蠻安全，會讓我們上車。有些甚至於還會為我們多繞道，送我們到要去的地方。我們後來食髓知味，之後的路程不管遠近經常都用這樣的

方式來搭車。

我們後來又陸續到了希臘的幾個地方，像 Athens、Corinth、Delphi、Olympia and Mycenae 等等。到了 Olympia，希臘的導遊——一個英文教授告訴我們，希臘人在內戰的時候會為了辦奧林匹克運動會而停戰，不像現在為了戰爭什麼都可以不要。

然後又去了巴黎、義大利（羅馬、威尼斯、佛羅倫斯、比薩、龐貝）、西班牙（馬德里、Codoaba、Granada、Seville、Toledo）。當時龐貝還很少人有去過，古城的樣子煞是好看。在西班牙，西班牙南部是歐洲民族和阿拉伯人的混合區，很多的種族衝突都會發生。在 Codoaba 我們看到清真寺被硬生生地改成教堂。

我們本來還想去埃及並申請簽證，但當我們打電話去問簽證時，領事館的人說我們是台灣人，比較麻煩，須要打電話回開羅問。一個人要大約一百英鎊，相當於兩百美金，因為太貴我們就沒去了。後來他們把護照寄還給我們，我們發現護照上簽證其實已經發給我們了，只是後來又被劃掉。這時才知道，原來一百英鎊有可能是領事館的人自己另外要的。

## 回顧英國生活

在我的求學過程中，一直在當人家的徒弟和英國數百年來數學文化的

傳承者，跟美國的經驗有很大的差別。

另外，我是一個台灣人，在歐洲遇到不同的文化，讓我有很深的感受。有人跟我們說 To be a foreigner is a full-time job。當作一個外國旅客，在英國是一個全天候的工作——你隨時都會感覺到你是個外國人，有人在注意你。

在愛丁堡，我都是搭公車去學校。有一次我不知道在想什麼就坐過頭了，當時有一個老婆婆走過去跟司機說：「那個人應該在前面那一站下車，他今天忘記了。」於是司機趕快停車，提醒我下車，我跟他們說謝謝。

我太太去買菜時，店裡工作人員都會跟客人聊天講話，可是她們就是不知道要跟我太太說什麼。所以當她去買菜時，這件事情就是她的一種負擔，她沒有辦法受到跟當地人一樣一般的招呼，這是可能會與在美國時是完全不同的經驗。

另外是有一次我們從歐洲大陸旅行回來要進英國的海關時，因之前在法國英語不易溝通，回到英國我的英語還好可以用，我就很高興。在我前面的一個英國太太，看我的樣子就問我說：「你是不是第一次到英國來？」所以我覺得就算我有英國的公民權，在英國住一輩子，我還是不會被認為是英國人。二十幾年前，在歐洲旅行要進出海關的時候，我們必須排第三條線，第三條線是給台灣人、南非及以色

列人排的。還好我不是拿中國護照，拿中國護照更不容易進出海關。有一次我在法國要辦簽證，領事館的人看我拿台灣護照，就告訴我，叫我等一個禮拜；我後面那一個拿中國護照的，領事館叫她等三個月。

所以就我的歐洲經驗所看到的，就是他們幾百年的學術經驗一直在支撐著學術研究。另外，我是一個台灣來的東方人，不是中國人。台灣人和中國人的差別就是一個禮拜和三個月，我也不是日本人，如果是日本人的話，你的待遇就跟他們西歐國家的人一模一樣。

### 學術研究經驗

現在談談我當一個數學研究者、老師的經驗。包含我的研究領域，競爭跟合作、對我影響很深的同行、我的研究群和數學這個行業。

我的研究發展可分為四個階段，第一個階段當我拿到博士後回到台灣，我繼續做 Bifurcation Problem (1978~1985)；第二階段我做 Nonlinear Elliptic Problem (1985~1995) 橢圓形的非線性理論，中間還有 80 年代左右劉太平教授回來，他教我們 Conversation Law；前幾年一個中國科學院的張同教授，他教我們 Combustion，前一陣子一個日本教授 Makino 他來提供一些 Gaseous Star 的問題；第三個階段從 1995 年開始，做 Cellular Neural Networks (CNN)。今年開始我希望做一些生物數學，這些轉變都有動機和目的。

第二階段是競爭和合作，除非在學術界你做的題目沒人要、沒人理睬，否則你的題目一定有人跟你競爭。面對這些競爭要怎麼去處理，在學術界有一些規則，有些是講明的，有些是老師、長者會告訴你哪些事情不可以做，所以在合作競爭之間有些事是很敏感的，弄不好朋友會變成敵人。

我現在特別提幾個在數學研究給我很大幫助的人。第一個是周修義教授，他目前在新加坡，他告訴我什麼是友誼，他用他的行為表達出什麼是 friendship，在做學術研究的時候你的友誼是可以這樣產生，他的人生態度是「與人為善，樂觀其成。」1995 年他從喬治亞理工學院來清華大學訪問，我跟他學 Dynamical System，他上課的時候，我對於聽不懂的部分，我當作一個好學生去問他問題，我建議他出一些我們可以做的問題，所以在那一年我都在學 Dynamical System，因為我有一個很好的老師。

我會做 CNN 是因為在 1995 年，交大辦了一個類神經網路的研討會，L. O. Chua 是柏克萊電機系的教授，CNN 是他先發明的。他有很多數學問題不知道要怎麼做，他跟修義是好朋友，修義就安排我和許世壁跟 Chua 見面，後來我就開始作 CNN。過一陣子以後，我覺得 CNN 蠻有趣的，我就跟修義說讓我一個人做 CNN 好不好，因我若跟你合作，我將來寫 paper 勢必要掛你的名，這樣台灣的同行會認為是你做

的，修義一口就答應讓我一個人做，後來我發表了二十幾篇 paper。

第二位是林長壽教授。我看過很多數學家，但很少看過能夠把數學跟藝術這兩件事做的那麼深刻、明白。他有天份和創意，做事很專注堅持，品味高、要求完美，跟他在一起他信任我、我信任他。從 1986 年跟他在一起到現在，我有時會在背後跟別人說他脾氣不好、很容易衝動，所以你們要有耐心一點，但我絕對不會說他的壞話，因為我不希望讓兒子認為我沒品，小孩子都是富有正義感、忌惡如仇的。

他跟我談到他最早的貢獻是在念博士的時候所做的微分幾何，是有關 Locally-isometrically imbedding theorem 的。他說他在念博士班的時候，有一天聽到他指導教授跟一個年輕的老師在談微分幾何的問題，他聽了覺得他們談的都不對，之後他就回去自己做，幾個月後他証出來了。長壽告訴我說，每一個數學問題都有它自然的觀點，所以當一個數學家最重要的是要拋棄個人的成見，拋棄以前證明的方法跟工具，而針對不同的問題看看最好的觀點是什麼？用最好的自然觀點去看，找到問題之後就像推土機一樣，把問題推的一乾二淨，又深刻又漂亮。我跟他只合寫了一篇 paper，在 1986 年時我去聖地牙哥跟他一起做東西，在那裡我學到他思考問題時的態度、想法和習慣，因為你跟他合作，會進入他的思考模式裡面。從那之後我做問題的態度就有了不同的看法，他算是我的老師。

第三位是 Nirenberg 教授，長壽的指導教授。他來台灣溪頭旅行的時候，大部分的時間都是我陪他，因為長壽還沒回來。有好幾天的時間我跟他談了很多東西。1992 年時他在墨西哥開會，我去參加，我見到他就跟他說：「我每次見到你，就從你那裡學到很多東西。」他回我說：「你太誇張了。」

1985 年我第一次見到丘成桐教授，他父親是香港新亞大學哲學系的教授。我感受到他作為一個數學工作者，對哲學、數學以及自然科學有很深的淵源。他是我看過最偉大的老師，他有偉大的數學成就，也對學生很好。他每個禮拜都會安排很多的時間跟學生書報討論，學生在講他就聽，非常的有耐性。他在聖地牙哥時，很多人去訪問他，拿 paper 給他看，希望他做 comment。他對學生非常的有耐心，會去關懷他的學生，去幫助他們發展，是我看過最偉大的老師。

### 身為老師

Mentor 這個字可以翻成良師、益友，從希臘那邊來，Mentor 是奧迪賽他自己的朋友和他兒子的老師。能把自己的兒子交給一個人訓練，就表示你對這個人有多信任。許正雄在交大當學生的時候，我會要我的女兒和兒子在禮拜六下午去許正雄的研究室做數學給許正雄看。

我當過大學生的老師、當過碩士生的老師，也當過博士生的老

師。我深深感受到老師是生命價值的呈現者，許多的價值是在老師的身上表現出來的言教跟身教上。

前幾年我會搶著去教數學系大一的微積分，我希望學生做一個快樂的人，在一個比較自然的情況下，希望他們能夠觀察、思考、反省。我告訴他們，你身旁有很多可以求助的人，希望他們能培養出自己的興趣、能力，對自己有信心並且能夠尊重自己，對自己有期許。我一直要求自己能夠尊重、關懷、肯定、鼓勵、公正、有耐心，希望他們開朗、生動、活潑、有啟發性、自由、創造。對於大學部的學生，我希望他們能夠上台講，在美國的教育是希望你 show and tell。

我當碩士班的指導老師，會去了解他們的性向，看看他們的規劃，最重要看看他的品行、品德好不好，是不是一個正直的人。如果是正直、誠懇的人，我才會考慮將來要不要找他當我的博士生。如果一個人他很聰明但心地不好、不正直，這種人我絕不會收他當博士生的，因為我相信我沒有辦法將一個人的品行改變過來。當作博士生的老師、師父，我的做法是學英國人他們那一套，但總是要做一些修正。

我跟我的博士生說，我們是合夥人的關係，要考慮到對方的利益，大家要有誠信，這是合夥人要做的事情。在台灣要實踐師徒制的話，台灣留美學生習慣美國的那一套，最大的問題是來自於同事。同事是美國經驗，他們的經驗跟我不一樣，所以在這情況之下要定一些



制度。另外，在實踐過程中要考量學生的能力，每週一次跟學生 meeting 的導師時間，我會用英國的方式，要學生講一個小時。但是，通常 5 分鐘、10 分鐘後，兩個人就你看我、我看你。有時候 meeting 會變成兩個禮拜一次，再來就一個月一次。有時候 meeting 時間他還會生病。

我盡量找學生吃午餐、聊聊，尤其是忙的時候一定要找學生出來吃午餐。在英國還有下午茶，在台灣沒有，所以只有午餐時間才可以用輕鬆的態度跟學生聊聊。再來就是討論，我早期的學生幾乎沒辦法跟我深入做討論，第一個跟我深入討論的學生就是許正雄。在我要當院長之前，我跟許正雄說：「我很有可能被選上當院長，如果我當院長那麼勢必會很忙，我們要討論出用什麼方式才可以保持目前的狀態，共同成長。」後來他告訴我，每天的早上八點到九點他可以跟我討論，下午如果有需要的話，他在研究室。就這樣，我們從禮拜一到禮拜六每天討論數學問題，用這個方式在我當院長的這段時間，我的研究工作才沒有斷掉。有時我在想，我的國科會傑出獎要跟他分享，他幫助我得到第三個傑出獎。

我跟學生的分工是這樣的，我有些經驗、有些想法、有些見聞，但是我已經沒有體力，沒有許許多多的創意。在這情況下，如果有很好的博士生，他年輕、有創意、很堅持、很勇敢，是可以做出很好的

東西。在這四、五年之間許正雄做出了許多的論文，我預期他在未來的五年內會有更好的發展。如果說師徒制在台灣可以實行，我想我可以提出來的例子就是我和許正雄。

### 數學老師的體認

老師是一個價值的呈現者，在大學裡面有很多隱藏性的課程，有些是來自於社會，譬如教育社會學，有很多的價值、意識型態在裡面，只是我們沒有明講而已。

當一個老師如果對數學有深刻的體認跟自信，在講微積分的時候，可以用各種的方式讓學生感受到人類文明最好的某些部分事實上是在數學〈微積分〉裡出現的。從阿基米得之後兩千多年來，牛頓、萊布尼茲這些偉大的數學、物理學家，他們的理論通通出現在微積分裡。以前中國人講飛矢不動的這種詭論，慢慢的我們就得到了微分。所以人類最漂亮、最精華的那一部份，是在微積分裡面出現，所以我一直希望一個老師能夠用自己的自信把這個東西講出來。

我在英國經常看英國 BBC 電視，BBC1 是一般的社會新聞，BBC2 是比較有深度、文化的新聞。有一次我在 BBC2 上看到關於數學的報導，談到有關數學的正確性。有一個論證說衛星打到太空要他停在哪一個軌道，他就會停在哪一個軌道，但是這些東西是建立在微積分連

續性的觀念上。

作為一個數學教授，我一直告訴自己，數學是能夠回應外在的需求的。數學跟其他的領域做互動時，你會發現數學大部分是對的，別人用的東西都是數學，而且用上去都是對的，這是很奇妙的。所以現在我在做生物數學時常想，數學會正確是不是因為有生物基礎。我想我是來不及做，希望有一天我的學生能夠告訴我說，老師你的想法是對的。

人性有好、也有令人傷腦筋的一面。人性最好的那一面有一部份可以在老師身上出現，譬如說他是知識的傳遞者，如我們中國人講的，老師是傳道、授業、解惑；他是知識的開發者、是人的培育者、是別人家的小孩的培育者，是有超越的愛心和耐心的。

我父親是小學老師，我很小的時候經常看到他替鄉下人寫信，尤其是寫給那些去當兵的兒子。當時他受到鄉下人的尊重是現在很難去理解的，尤其在這時代。我女兒在念小學一年級的時候非常的快樂，她每天都好想趕快天亮、趕快去上學。想想看，你將最寶貝的人送去給學校，那個地方的人跟你非親非故，他們幫你照顧得這麼好，讓她好喜歡去上學。

**人生與宗教**

對我來說，人生應該是一個追求快樂的旅程，有我們的家庭、朋友、學校、社會，幫助我們追尋快樂。宗教對我來說，是追尋明白的道理，有些不清楚的可以透過宗教來明白。

講到這裡，已經沒有時間繼續談我對宗教的看法了。我想今天的演講就到這裡結束吧。謝謝大家。